



SCHWARZSCHILDRADIUS

Nähert sich ein unter seiner Schwerkraft kollabierender Stern einem bestimmten Radius (Schwarzschildradius R_S), so tritt dort eine Singularität der Raum-Zeit auf: Die Zeit bleibt stehen und der Raum wird unendlich.

Um den Anziehungsbereich eines Körpers mit der Masse M und Radius R zu verlassen, muss die kinetische Energie ($E_{kin} = \frac{1}{2} m v^2$) des Körpers größer sein als die Gravitationsenergie ($E_{pot} = G \cdot \frac{mM}{R}$; mit $G = 6,674 \cdot 10^{-11} \frac{m^3}{kg \cdot s^2}$ (Gravitationskonstante))

$$E_{kin} > E_{pot}$$

$$\frac{1}{2} m v_F^2 > G \cdot \frac{mM}{R}$$

und damit:

$$v_F > \sqrt{\frac{2GM}{R}}$$

Setzt man $v_F = c$ (Lichtgeschwindigkeit), so erhält man die richtige Formel für den Schwarzschildradius r_S , bei dem Licht nicht mehr entweichen kann:

$$r_S = 2 G M / c^2$$

(1) Berechnen Sie die Schwarzschildradien der Sonne ($M_\odot = 1,989 \cdot 10^{30} \text{ kg}$) und der Erde ($M_{Erde} = 5,972 \cdot 10^{24} \text{ kg}$) und erklären Sie, was diese Werte bedeuten.

(2) Berechnen Sie die Fluchtgeschwindigkeit an der Oberfläche eines Neutronensterns mit Sonnenmasse und $R = 13 \text{ km}$.