1. Ist die Aussage wahr oder falsch? **Bitte unbedingt die Teilaussagen mit wahr oder falsch kennzeichnen – nicht nur die Gesamtaussage!**

a) $\neg(1 \geq (-1)^2)$

b) $(-3 = \sqrt{9}) \wedge (14\ und\ 15\ sind\ teilerfremd)$

c) $\neg(4^2 = 2^4) \wedge$ (keine quadratische Gleichung hat mehr als 2 Lösungen)

d) $(97\ ist\ eine\ Primzahl) \Rightarrow (4000 > \frac{1}{10^{-4}})$

e) $(A \vee \neg A) \Rightarrow (87\ ist\ eine\ Primzahl)$

f) $((9\ ist\ ein\ Teiler\ von\ 254) \vee (|-3| < |-6|)) \Leftrightarrow ((3^{31} < 9^{16}) \vee (\frac{1}{3} \in Q))$

2. Überprüfe die Aussage auf Äquivalenz: $\neg A \wedge (\neg B \vee C)$ und $\neg(A \wedge B) \vee (\neg A \wedge C)$

3. Gegeben sind:
A(x): X ist charakterstark ; T(X): X ist Bayern-Fan

a) Schreibe den Satz „Es gibt Bayernfans, die charakterstark sind" mit Prädikaten und Quantoren.

b) Bilde die Negation dieses Satzes (von a) mit Prädikaten und Quantoren.

c) Formuliere diese Negation wieder als normalen Satz.

4. Gegeben sind:
M: Menge aller Menschen ; L(x): X ist Lehrer ; B(x): X ist eine Spaßbremse

a) Formuliere „$\forall x \in M: L(x) \Rightarrow B(x)$" als normalen deutschen Satz.

b) Bilde die Negation von „$\forall x \in M: L(x) \Rightarrow B(x)$" mit Prädikaten und Quantoren oder als normalen Satz.

5. Schreibe den folgenden Satz mit Prädikaten und Quantoren.
Zu jedem $y \geq 1$gibt es mindestens ein x mit $x^2 + 1 = y$

6. Du besuchst eine Insel, auf der nur zwei Stämme leben: Die einen sagen stets die Wahrheit, die anderen lügen immer. Äußerlich unterscheiden sich die Stämme nicht, man kann also nicht erkennen, ob jemand zum Stamm der Lügner gehört oder nicht.
Du kommst an eine Kreuzung und willst nach dem Weg fragen. Dein Gegenüber könnte ein Lügner sein. Aber vielleicht sagt er auch stets die Wahrheit.
Finde eine Frage, die Du ihm stellen musst, um sicher den richtigen Weg zu finden?

(Tipp: $\neg(\neg A) = A$)

1. Wurzelgleichungen: Gib die Lösungsmengen an!

a) $\sqrt{2\mathrm{x}-3}=x-3$

b) $\sqrt{3\mathrm{x}+7}-\sqrt{2\mathrm{x}-3}=2$

2. Gib die Lösungsmengen an!

$$\frac{3\mathrm{x}+1}{2\mathrm{x}}+\frac{9\mathrm{x}}{x+2}-5=0$$

3. Gib die Lösungsmenge an und faktorisiere den Term (links vom Gleichheitszeichen).

a) $x^2+x-6=0$

b) $x^4-10\mathrm{x}^2+9=0$

c) $x^3-6\mathrm{x}=27\mathrm{x}^{-1}$

d) $x^3-2\mathrm{x}^2-5\mathrm{x}+10=0$

4. Gib die Lösungsmengen an!

a) $(x^2+16)\cdot(2^{-3\mathrm{x}}-\frac{1}{64})=0$

b) $\ln(3\mathrm{x}^2)-\ln(2\mathrm{x}-3)=\ln(6)-\ln\left(\frac{1}{x}\right)$

5. Betragsgleichungen

$|\,2\mathrm{x}-3\,|=|\,x\,|+12$

6. Trigonometrische Gleichungen: Gib alle Lösungen innerhalb einer Periode an!

a) $\cos(x)=0$

b) $\sin\left(3\mathrm{x}-\frac{\pi}{2}\right)=+\frac{\sqrt{2}}{2}$

c) $4\cos^2(2\mathrm{x})-3=0$

VK Mathe Kurztest zu Folgen 02.07.2018

1) Bestimme die Folgenglieder a_7 und a_{10} für die arithmetische Folge (a_n) mit $a_1 = 2$ und $a_4 = 20$.

2) Bestimme die Folgenglieder a_4 und a_7 für die geometrischen Folge (a_n)mit $a_2 = 1$ und $a_5 = 8$.

3) Gegeben ist die rekursive Darstellung einer Folge a_n: $a_{n+1} = \frac{1}{2}a_n + 1$; $a_0 = 6$

a) Bestimme die ersten 4 Folgenglieder (ohne WTR).

b) Untersuche, ob es sich dabei um eine arithmetische, um eine geometrische Folge oder um keins von beidem handelt.

4) Gegeben ist die Folge $a_n = \frac{n-1}{3\text{n}}$.

a) Überprüfe die Folgen auf Monotonie und Beschränktheit.

b) Welche Aussage lässt sich dadurch für die Konvergenz machen.

c) Bestimme ggf. den Grenzwert!

d) Beweise die Konvergenz mit der ε-Definition. Ab welchem n unterscheiden sich die Folgenglieder um weniger als $\frac{1}{1000}$vom Grenzwert?

5) Paul sagt: „Jede konvergente Folge muss monoton steigend oder monoton fallend sein.“
Widerlege diese Behauptung mit einem Gegenbeispiel.

VK Mathe Kurztest zu Reihen und Potenzreihen 21.10.2019

1) Berechne den Summenwert der folgenden geometrischen Reihen

a) $\sum_{k=0}^{\infty}(0{,}9)^k$ b) $\sum_{k=0}^{\infty} 2\left(\frac{3}{8}\right)^k$

2) Untersuche mit Hilfe des Quotientenkriteriums ob die folgende Reihe konvergiert?

$$\frac{3}{2}+\frac{6}{4}+\frac{9}{8}+\frac{12}{16}+\frac{15}{32}+\frac{18}{64}+\ldots$$

3) Gegeben ist die Reihe $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{3}{n\cdot(n+1)}$

a) Untersuche mit Hilfe des Quotientenkriteriums ob die folgende Reihe konvergiert?

b) Tatsächlich konvergiert die Reihe und hat den Wert 3. Liegt hier ein Widerspruch vor? Begründe.

4) Untersuche mit Hilfe des Wurzelkriteriums ob die folgende Reihe konvergiert?

$$\sum_{n=0}^{\infty}\left(\frac{2\mathrm{n}+7}{3\mathrm{n}}\right)^n$$

5) Untersuche mit Hilfe des Leibnizsches Konvergenzkriterium für alternierende Reihen ob die folgende Reihe konvergiert?

$$-3+\frac{5}{4}-\frac{7}{9}+\frac{9}{16}-\frac{11}{25}+\frac{13}{36}-\ldots$$

6) Bestimme den Konvergenzradius der folgenden Potenzreihe

$$P(x)=\sum_{n=0}^{\infty} 10^n\,\frac{x^n}{7^{n-1}}$$

7) a) Entwickle die MacLaurin'sche Reihe von $f(x)=e^{1-2\mathrm{x}}$.

b) Bestimme dann noch den Konvergenzradius dieser Reihe.