# VK Mathe  Lösungen  Kurztest zu Gleichungen  2017/2018

1) a) x=6 ; (x=2 ist eine Scheinlösung)

b) $x^2 - 20\text{x} + 84 = 0 \Rightarrow$ L={6 ; 14}

2) $11\text{x}^2 - 13\text{x} + 2 = 0 \Rightarrow$ L={$\frac{2}{11}$ ; 1}

3)

a) L={-3;2}  ; (x+3)(x-2)

b) L={-3;-1;1;3} ; (x+3)(x+1)(x-1)(x-3)

c) L={-3; 3}

d) $(x-2)(x-\sqrt{5})(x+\sqrt{5}) = 0$ ; L={$-\sqrt{5}$;2; $\sqrt{5}$}

4)

a) L={-4; 2; 4}

b) L={2}

5) x=15; (x=5 und x=-3 sind Scheinlösungen) ; x=-9

6)

a) L={$\frac{1}{2}\pi$;$\frac{3}{2}\pi$}

b) L={$\frac{1}{4}\pi$;$\frac{5}{12}\pi$}

c) L={$\frac{\pi}{12}$; $\frac{5}{12}\pi$; $\frac{7}{12}\pi$; $\frac{11}{12}\pi$}

# VK Mathe Lösungen Kurztest zu Folgen 02.07.2018

1) $a_n=6n-4$

2) $a_n = \frac{1}{4} \cdot 2^n$

3) a) 4; 3; 2,5; 2,25

b) weder geometrisch noch arithmetisch

4)

a) $a_{n+1} - a_n = \frac{n+1-1}{3(n+1)} - \frac{n-1}{3\mathrm{n}} = \frac{n \cdot n-(n-1)(n+1)}{3 \cdot n(n+1)} = \frac{n^2-(n^2-1)}{3 \cdot n(n+1)} = \frac{1}{3 \cdot n(n+1)}$ >0 also monoton

steigend, außerdem nach oben beschränkt, da $a_n = \frac{n-1}{3\mathrm{n}} < \frac{n}{3\mathrm{n}} = \frac{1}{3}$

b) also konvergent

c) $g=\frac{1}{3}$

d) $\left|a_n - \frac{1}{3}\right| = \left|\frac{n-1}{3\mathrm{n}} - \frac{1}{3}\right| = \left|\frac{n-1-n}{3\mathrm{n}}\right| = \left|\frac{-1}{3\mathrm{n}}\right| < \varepsilon$ also $\frac{1}{3\mathrm{n}} < \varepsilon => \frac{1}{3 \cdot \varepsilon} < n$

für n >334 sind die Folgenglieder näher als $\frac{1}{1000}$ am Grenzwert

5) z.B. $a_n = (-1)^n \cdot \frac{1}{n}$ ist nicht monoton und trotzdem beschränkt

# VK Mathe Lösungen Kurztest zu Reihen 21.10.2019

1) a) $s = \frac{1}{1-q} = \frac{1}{0{,}1} = \frac{10}{1} = 10$ b) $s = 2 \cdot \frac{1}{1-q} = \frac{2}{\frac{5}{8}} = \frac{16}{5} = 3{,}2$

2) $\frac{3}{2} + \frac{6}{4} + \frac{9}{8} + \frac{12}{16} + \frac{15}{32} + \frac{18}{64} + \cdots = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n}{2^n} \Rightarrow \lim_{n\to\infty} \frac{\frac{3(n+1)}{2^{n+1}}}{\frac{3n}{2^n}} = \lim_{n\to\infty} \frac{3n+3}{3n} \cdot \frac{2^n}{2^n \cdot 2} = \lim_{n\to\infty} \frac{3+\frac{3}{n}}{3} \cdot$

$\frac{1}{2} = 1 \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{2} < 1$, also konv.

3) a) $\lim_{n\to\infty} \frac{\frac{3}{(n+1)\cdot(n+2)}}{\frac{3}{n\cdot(n+1)}} = \lim_{n\to\infty} \frac{3}{(n+1)\cdot(n+2)} \cdot \frac{n\cdot(n+1)}{3} = \lim_{n\to\infty} \frac{n}{n+2} = 1$

b) kein Widerspruch, das Quotientenkriterium hinreichend aber nicht notwendige Bedingung ist.

4) $\lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{\left(\frac{2n+7}{3n}\right)^n} = \lim_{n\to\infty} \frac{2n+7}{3n} = \frac{2}{3} < 1$, also konvergent

5) $-3 + \frac{5}{4} - \frac{7}{9} + \frac{9}{16} - \frac{11}{25} + \frac{13}{36} - \cdots = \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cdot \frac{2n+1}{n^2}$

$\lim_{n\to\infty} \frac{2n+1}{n^2} = \lim_{n\to\infty} \frac{\frac{2}{n}+\frac{1}{n^2}}{1} = 0$

außerdem ist $\frac{2n+1}{n^2}$ streng monoton fallend $\Rightarrow$ konvergent

6) $P(x) = \sum_{n=0}^{\infty} 10^n \frac{x^n}{7^{n-1}}$

(Konvergenzradius) $\lim_{n\to\infty} \left| \frac{\frac{10^n}{7^{n-1}}}{\frac{10^{n+1}}{7^{n-1+1}}} \right| = \lim_{n\to\infty} \left| \frac{10^n}{10^{n+1}} \cdot \frac{7^{n-1}\cdot 7}{7^{n-1}} \right| = \frac{7}{10} = 0{,}7$

7) $f'(x) = -2e^{1-2x}$, $f''(x) = +2^2 e^{1-2x}$, … $f^{(n)}(x) = (-1)^n \cdot 2^n e^{1-2x}$

$f(0) = e, f'(0) = -2e, f''(0) = 2^2 e, f'''(0) = -2^3 e, f^{(n)}(0) = (-1)^n \cdot 2^n e, \ldots$

$f(x) = e^1 - 2x = e \cdot \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{2^n x^n}{n!}$

Konvergenzradius $r = \lim_{n\to\infty} \left| \frac{\frac{2^n}{n!}}{\frac{2^{n+1}}{(n+1)!}} \right| = \lim_{n\to\infty} \left| \frac{2^n}{2^{n+1}} \cdot \frac{(n+1)!}{n!} \right| = \lim_{n\to\infty} \frac{n+1}{2} = \infty$