

## Markov-Ketten – Übersicht

Inhalte (in Doppelstunden)	Material
<p><b>Geometrische Verteilung</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Leitfrage: Warten auf den ersten Treffer (z.B. Sechs bei Mensch-ärgere-dich nicht)</li> <li><math>X</math> geometrisch verteilt mit Parameter <math>p</math>; Zufallsgröße, die abzählbar-unendlich viele Werte annehmen kann</li> <li>Erwartungswert: Def. als Reihe (Anknüpfung an das Wahlthema „Taylorreihen“)</li> <li>Satz: <math>E(X) = \frac{1}{p}</math> (Beweis benutzt die Formel für die geometrische Reihe)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>AB Geometrische Verteilung – Erarbeitung</li> <li>AB Geometrische Verteilung – Aufgaben</li> </ul>
<p><b>Markov-Ketten und bedingter Erwartungswert</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Markov-Ketten (Definition, Zustände, Übergangswahrscheinlichkeiten, Zustandsgraph)</li> <li>Bedingter Erwartungswert (Analogie zur bedingten Wahrscheinlichkeit, Interpretation)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>AB Markov-Ketten</li> <li>AB Bedingter Erwartungswert</li> </ul>
<p><b>Formel vom totalen Erwartungswert</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Formel von der totalen Wahrscheinlichkeit</li> <li>Formel vom totalen Erwartungswert</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>AB Formel vom totalen Erwartungswert</li> </ul>
<p><b>Warten auf ein Muster bei Bernoulli-Versuchen</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Warten auf den ersten Doppeltreffer</li> <li>Warten auf den ersten Tripeltreffer</li> <li>Warten auf bestimmte weitere Muster</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>AB Warten auf ein Muster bei Bernoulli-Versuchen</li> </ul>

Wir danken Herrn Prof. Dr. Norbert Henze (KIT Karlsruhe) für die Beratung bei der Erstellung der Arbeitsblätter. Dabei dienten viele Materialien von ihm als Grundlage. Diese sind auch sehr gut geeignet, um sich inhaltlich in das Thema einzuarbeiten, insbesondere

- Henze, Norbert: Stochastik für Einsteiger. Eine Einführung in die faszinierende Welt des Zufalls, 13. Auflage Springer Spektrum, 2021

- Henze, Norbert: Muster in Bernoulli-Ketten, in: Stochastik in der Schule 21 (2000), S. 2 – 20.
- Henze, Norbert; Müller, Kai; Schilling, Judith: Stochastik rezeptfrei unterrichten: Anregungen für spannende Lehre über den Zufall, Springer Spektrum Berlin, 2021

Außerdem finden sich auf dem YouTube-Kanal von Herrn Henze viele Videos zu den fachlichen Hintergründen dieser Unterrichtseinheit, beispielsweise

- Geometrische Verteilung  
<https://www.youtube.com/watch?v=TydCoxs2Xbo>
- Formel von der totalen Wahrscheinlichkeit:  
[https://www.youtube.com/watch?v=ES-rfj\\_7QUE&t=218s](https://www.youtube.com/watch?v=ES-rfj_7QUE&t=218s)
- Muster in Bernoulli-Versuchen: Erwartungswerte I  
<https://www.youtube.com/watch?v=BDE97ldvIXg>
- Muster in Bernoulli-Versuchen: Erwartungswerte II  
<https://www.youtube.com/watch?v=pE5W5ugM8sc>
- Doppeltreffer bei Bernoulli-Versuchen und die Fibonacci-Zahlen  
[https://www.youtube.com/watch?v=umo-kwhpp\\_E](https://www.youtube.com/watch?v=umo-kwhpp_E)