**Vertiefungskurs Mathematik**

Eine quadratische Gleichung mit reellen Koeffizienten hat in C immer zwei Lösungen

(bzw. eine doppelte reelle Lösung). In der „Mitternachtsformel“ sieht man sofort, dass

für die beiden komplexen Lösungen $z\_{1}$ und $z\_{2}$ gilt: $z\_{2}=\overline{z\_{1}}$ .

Wie wollen allgemein folgenden Satz A beweisen:

Wenn ein Polynom $p\_{n}$ vom Grad n mit reellen Koeffizienten in C die komplexe Null-

stelle $z\_{1}$ besitzt, dann ist auch $z\_{2}=\overline{z\_{1}}$ eine Nullstelle des Polynoms $p\_{n}$ .

Um diesen Satz zu beweisen, müssen wir zunächst einige andere einfache

elementare Sätze über komplexe Zahlen beweisen.

Satz 1: Sei $z\_{1}=a\_{1}+b\_{1}∙i$ und $z\_{2}=a\_{2}+b\_{2}∙i$ dann gilt: $\overline{z\_{1}}+\overline{z\_{2}}= \overline{z\_{1}+z\_{2}}$ .

Beweis:

Satz 2: Sei $z\_{1}=a\_{1}+b\_{1}∙i$ und $z\_{2}=a\_{2}+b\_{2}∙i$ dann gilt: $\overline{z\_{1}}∙\overline{z\_{2}}= \overline{z\_{1}∙z\_{2}}$ .

Beweis:

Satz 3: Sei $z=a+b∙i$ dann gilt: $\overline{z}^{ n}= \overline{z^{n}}$ .

Beweis:

Satz 4: Sei $z\_{k}=a\_{k}+b\_{k}∙i$ dann gilt: $\overline{\sum\_{k=1}^{n}z\_{k}}^{ }= \sum\_{k=1}^{n}\overline{z\_{k}}$ .

Beweis:

Beweis von Satz A: