

Vertiefungskurs Mathematik 12

Vermischte Aufgaben zu den komplexen Zahlen

AUFGABE 1 Berechne und gib das Ergebnis in Normdarstellung ($a + bi$) an:

a) $(\sqrt{2} - i) - i \cdot (1 - \sqrt{2}i)$ b) $\overline{(3 - 2i) : (4 + 3i)}$ c) $(1 + 2i) : (3 - 4i) + (2 - i)$

AUFGABE 2 Gib die gegebenen komplexen Zahlen in Polarform an:

a) $2 + 2i$ b) $4 - 4i$ c) 3 d) $4i$ e) $3 + 4i$ f) $4 - 3i$

AUFGABE 3 Gib die gegebenen komplexen Zahlen in Normdarstellung an:

a) $2e^{\pi i}$ b) $3e^{\frac{1}{2}\pi i}$ c) $5e^{\frac{7}{2}\pi i}$ d) $4e^{\frac{1}{4}\pi i}$ e) $10e^{\frac{1}{3}\pi i}$

AUFGABE 4 Bestimme alle Lösungen der Gleichung $z^5 = 32$.

AUFGABE 5 Bestimme alle Lösungen der Gleichungen:

a) $z^4 = -527 + 336i$ b) $z^3 = -i$ c) $2z^2 - 3z + 2,25 = 0$ d) $z^4 - 2z^2 + 1,25 = 0$

AUFGABE 6 Berechne:

a) $(1 - i)^{17}$ b) $(2e^{0,75\pi i})^7$

AUFGABE 7 Für welches $n \in \mathbb{N}$ gilt erstmals $z^n = 1$?

a) $z = e^{0,15\pi i}$ b) $z = e^{1,125\pi i}$

AUFGABE 8 Gegeben sind ganzrationale Funktionen 4. Grades. Gib alle verschiedenen Möglichkeiten für deren Nullstellen an.

Gib jeweils ein Beispiel und deren Nullstellen in \mathbb{C} an.

AUFGABE 9* Beweise, dass $|z - 1| < |z + 1|$ genau dann gilt, wenn $\operatorname{Re}(z) > 0$ ist.

* Die Aufgabe 9 dient der Vertiefung und Binnendifferenzierung.