Grenzwert einer Folge

1. Stelle eine Vermutung über den Grenzwert der Folge (a_n) auf und beweise diese. Gib zudem zu $\varepsilon = \frac{1}{100\,000}$ explizit ein geeignetes n_0 an.

a) $a_n = \frac{5}{n}$ b) $a_n = \frac{n^2-1}{n^2}$ c) $a_n = \frac{n+2}{2n}$ d) $a_n = \frac{(-1)^n-4n}{2n}$

e) $a_n = \frac{3n-1}{n+1}$ f) $a_n = \frac{7n+n^2}{n^2}$ g) $a_n = 5 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^n$ h) $a_n = \frac{3^{n+1}}{3^n+1}$

2. Begründe, dass die Folge (a_n) divergent ist.

a) $a_n = \frac{n^2+1}{n-1}$ b) $a_n = 1 + (-1)^n$

3. Formuliere in Worten und formal, was es bedeutet, dass g nicht Grenzwert der Folge (a_n) ist.

4. Begründe, dass die Folge (a_n) mit $a_n = \frac{4n-3}{n}$ nicht den Grenzwert 3 besitzt.

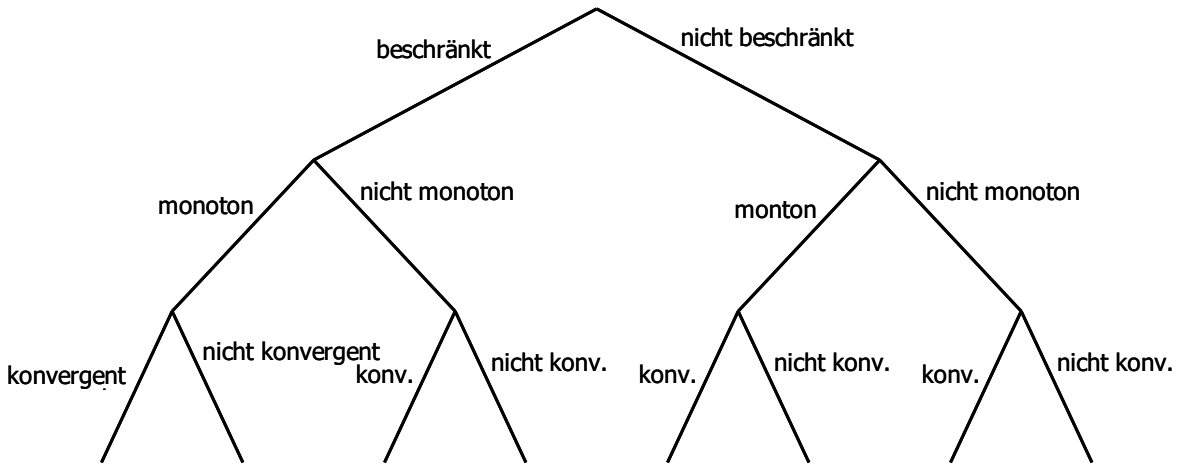
5. Widerlege die folgenden Aussagen.

a) Wenn eine Folge monoton ist, dann ist sie konvergent.

b) Wenn eine Folge konvergent ist, dann ist sie monoton.

c) Wenn eine Folge divergent ist, dann ist sie nicht beschränkt.

6. Gib zu jedem Pfad mindestens zwei Folgen an, die die angegebenen Eigenschaften haben.



7. Begründe, dass die Folge (a_n) konvergent ist, indem du zeigst, dass sie monoton und beschränkt ist.

a) $a_n = \frac{3n}{n+1}$ b) $a_n = \sqrt{\frac{n+1}{2n}}$