

Gleichungen 5: Bruchungleichungen – Erarbeitung

Zum Lösen von Bruchungleichungen muss die Lösungsstrategie der Bruchgleichungen etwas modifiziert werden:

Beispiel
$$\frac{2x}{x-4} + \frac{1}{x} \leq \frac{x^2-2}{x^2-4x} \quad (1)$$

Lösungsstrategie

1. Definitionsmenge bestimmen

Geben Sie die Definitionsmenge für die Ungleichung (1) an:

2. Hauptnenner bestimmen, Fallunterscheidungen festlegen

Bestimmen Sie den Hauptnenner:

Bestimmen Sie die Intervalle, in denen der Hauptnenner positiv bzw. negativ ist:

Fall 1: Hauptnenner positiv:

3. Vereinfachen

Multiplizieren Sie Ungleichung (1) mit dem Hauptnenner durch und vereinfachen Sie sie so weit wie möglich.

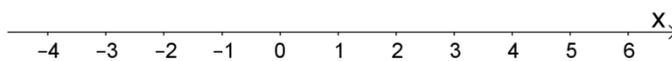
4. Standardtechniken zum Lösen anwenden

Bestimmen Sie Grenzen möglicher Lösungsintervalle, indem Sie die Ungleichung als Gleichung schreiben und lösen.

Im Fall von Gleichheit:

5. Vergleich mit den Intervallen im betrachteten Fall

Tragen Sie am Zahlenstrahl die Intervallgrenzen des 1. Falles und die Grenzen aus Schritt 4 ein. Markieren Sie mit zwei Farben die Intervalle von Fall 1 und die Lösungsintervalle der Ungleichung in Schritt 3. Die Schnittmenge dieser Intervalle ist die Lösung von Fall 1.

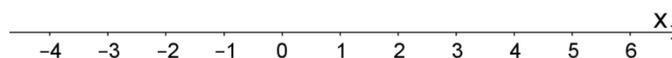


$L_1 =$

Fall 2: Hauptnenner negativ:

Schritte 3. – 5. mit umgekehrtem \leq -Zeichen.

Die meisten Rechenschritte können Sie von oben übernehmen!



$L_2 =$

6. **Angabe der Lösungsmenge:** $L = L_1 \cup L_2 =$

Gleichungen 5: Bruchungleichungen – Aufgaben

1. Einfache Bruchungleichungen

a) $\frac{8}{x-3} < 4$

b) $\frac{4}{6} \geq \frac{2}{x^2+3}$

c) $\frac{4}{x-1} - 3 > 2x - 1$

2. Schwierigere Bruchungleichungen

a) $\frac{1}{x-1} \geq \frac{5}{(x-1)^2}$

b) $\frac{x}{x-1} > \frac{1}{x}$

c) $\frac{x}{x+3} < \frac{5x+1}{2x}$

d) $\frac{2x}{x+4} \geq \frac{x+1}{x-2}$

e) $\frac{3}{x+2} < \frac{6x}{x-1}$

f) $\frac{4}{x+1} \geq \frac{2x}{x+3}$

g) $\frac{2}{-x+2} < \frac{3x+1}{4x+1}$

3. Verwenden Sie die binomischen Formeln!

a) $\frac{2x^2}{x^2-9} + \frac{2}{x+3} < \frac{x}{x-3} - \frac{4}{x^2-9}$

b) $\frac{x}{x+2} + \frac{3(x+1)}{x^2+4x+4} > 1 + \frac{3}{x^2+4x+4}$