

## ZPG Vertiefungskurs Mathematik

### Mögliche Stundenverteilung zum Thema Beweisen (18 h)

Nr	Inhalte	Begleitmaterial
1/2	<p>Welche Beweistechniken kennen die SuS bisher aus dem Normalunterricht Mathematik?</p> <p>Direkter Beweis, Beweis durch Gegenbeispiel</p> <p>Struktur eines Beweises: <math>A \Rightarrow B</math></p> <p>Voraussetzung; Behauptung ; Beweis</p> <p>Wenn ..., dann ... - Formulierung</p> <p>Beispiele für direkte Beweise aus der Geometrie und der Teilbarkeitslehre</p>	<p>Übungsblatt: Wenn ..., dann...</p> <p>Übungsblatt: Beweise aus der Geometrie der Mittelstufe</p>
3/4	<p>Weitere Beispiele für direkte Beweise: <math>n^2</math> gerade <math>\Rightarrow</math> <math>n</math> gerade usw.</p> <p>Beispiele für Beweis durch Gegenbeispiel aus der Teilbarkeitslehre</p> <p>Ist <math>n^2 + n + 41</math> für alle <math>n</math> eine Primzahl?</p> <p>Der Kehrsatz eines Satzes (<math>B \Rightarrow A</math>)</p> <p>Ist der Kehrsatz ebenfalls gültig? (Beweismotivation durch Gegenbeispiele)</p> <p>Kontraposition: <math>(A \Rightarrow B) \Leftrightarrow (\neg B \Rightarrow \neg A)</math> (Hinweis: Aussagenlogik) Beispiel: „Alibi“</p> <p>Übungen: Satz ; Kehrsatz ; Kontraposition</p>	<p>Übungsblatt: Übungen zum Formulieren des Kehrsatzes und der Kontraposition eines Satzes</p>
5/6	<p>Beispiele für Beweise durch Kontraposition: <math>n^2</math> ungerade <math>\Rightarrow</math> <math>n</math> ungerade</p> <p>Stufenwinkel gleich groß <math>\Rightarrow</math> <math>g \parallel h</math></p> <p><math>\alpha = \beta \Rightarrow a = b</math></p> <p>Wenn 5 ein Teiler von <math>n^2 + 10</math> ist, dann ist 5 auch ein Teiler von <math>n</math>.</p>	
7/8	<p>Beweis durch Widerspruch</p> <p>Hinweis: Aussagenlogik <math>(A \Rightarrow B) \Leftrightarrow \neg(\neg B \wedge A)</math></p> <p>Beispiele: <math>\sqrt{2}</math> ist keine rationale Zahl ; Kehrsatz des Stufenwinkelsatzes; Primzahlrillinge</p>	

Nr	Inhalte	Begleitmaterial
9/10	Weiteres Beispiel zum Beweis durch Widerspruch: unendlich viele Primzahlen Beweis durch vollständige Fallunterscheidung Beispiel: Satz vom Umfangswinkel	Arbeitsblatt: Satz vom Umfangswinkel
11/12	Weitere Beispiele zur vollständigen Fallunterscheidung: Teilbarkeit (auch Einführung der modulo Schreibweise); Ungleichungen ( $ x - y  \leq  x  +  y $ )	
13/14	Vollständige Induktion: Prinzip Beispiele: Summen; Teilbarkeit; Ungleichungen (Abschätzungen)	
15/16	Übungen zur vollständigen Induktion Beispiele: auch mit höheren Ableitungen und aus der Geometrie	Übungsblatt: Übungen zur vollständigen Induktion Lösungen der Übungen zur vollständigen Induktion
17/18	Übungen zum Beweisen Vermischte Aufgaben, bei denen sich die Schülerinnen und Schüler zunächst überlegen, welche Beweismethode(n) geeignet ist (sind).	Übungsblatt: Übungen zum Beweisen