Disjunktive und konjunktive Normalform – Lösungen

a) $A \rightarrow B$ ist logisch äquivalent zu $(\neg A) \vee B$,
$A \leftrightarrow B$ ist logisch äquivalent zu $(A \rightarrow B) \wedge (B \rightarrow A)$ und dies zu $((\neg A) \vee B) \wedge ((\neg B) \vee A)$

b) Dieser Ausdruck ist logisch äquivalent zu J, denn:
Die Aussage $A \wedge (\neg B) \wedge C$ hat genau dann den WW w, wenn A und C den WW w haben und B den WW f hat.
Die Aussage $(\neg A) \wedge B \wedge C$ hat genau dann den WW w, wenn A den WW f hat und B und C den WW w haben.
Die Aussage $(\neg A) \wedge B \wedge (\neg C)$ hat genau dann den WW w, wenn A und C den WW f haben und B den WW w hat.
Die Aussage $(\neg A) \wedge (\neg B) \wedge (\neg C)$ hat genau dann den WW w, wenn A, B und C den WW f haben.
Die Verknüpfung dieser Aussagen mit $\vee$ hat genau dann den WW w, wenn (mindestens) eine der verknpften Teilaussagen den WW w hat.
Damit hat die Wahheitstabelle von $(A \wedge (\neg B) \wedge C) \vee ((\neg A) \wedge B \wedge C) \vee ((\neg A) \wedge B \wedge (\neg C)) \vee ((\neg A) \wedge (\neg B) \wedge (\neg C))$ in den gleichen Zeilen den WW w wie die von J.
Alternative: Man kann auch die Wahrheitstabelle des Ausdrucks erstellen und mit der abgebildeten vergleichen.

c) Die Wahrheitstabellen sind

A	B	$A \rightarrow B$	$A \leftrightarrow B$
w	w	w	w
w	f	f	f
f	w	w	f
f	f	w	w

Die DNF von $A \rightarrow B$ ist somit $(A \wedge B) \vee ((\neg A) \wedge B) \vee ((\neg A) \wedge (\neg B))$.
Die DNF von $A \leftrightarrow B$ ist somit $(A \wedge B) \vee ((\neg A) \wedge (\neg B))$.

d)

A	B	C	$B \wedge C$	$A \rightarrow (B \wedge C)$
w	w	w	w	w
w	w	f	f	f
w	f	w	f	f
w	f	f	f	f
f	w	w	w	w
f	w	f	f	w
f	f	w	f	w
f	f	f	f	w

Die DNF von $A \rightarrow (B \wedge C)$ ist
$(A \wedge B \wedge C) \vee ((\neg A) \wedge B \wedge C) \vee ((\neg A) \wedge B \wedge (\neg C)) \vee ((\neg A) \wedge (\neg B) \wedge C) \vee ((\neg A) \wedge (\neg B) \wedge (\neg C))$.

e) Dieser Ausdruck ist logisch äquivalent zu J, denn:

Die Aussage $(\neg A) \vee (\neg B) \vee (\neg C)$ hat genau dann den WW f, wenn A, B und C den WW w haben.

Die Aussage $(\neg A) \vee (\neg B) \vee C$ hat genau dann den WW f, wenn A und B den WW w haben und C den WW f.

Die Aussage $(\neg A) \vee B \vee C$ hat genau dann den WW f, wenn A den WW w hat und B und C den WW f.

Die Aussage $A \vee B \vee (\neg C)$ hat genau dann den WW f, wenn A und B den WW f haben und C den WW w.

Die Verknüpfung dieser Aussagen mit $\wedge$ hat genau dann den WW f, wenn (mindestens) eine der verknpften Teilaussagen den WW w hat.

Damit hat die Wahheitstabelle von $((\neg A) \vee (\neg B) \vee (\neg C)) \wedge ((\neg A) \vee (\neg B) \vee C) \wedge ((\neg A) \vee B \vee C) \wedge (A \vee B \vee (\neg C))$ in den gleichen Zeilen den WW f wie die von J.

Alternative: Man kann auch die Wahrheitstabelle des Ausdrucks erstellen und mit der abgebildeten vergleichen.

f) Die Wahrheitstabellen sind

A	B	$A \rightarrow B$	$A \leftrightarrow B$
w	w	w	w
w	f	f	f
f	w	w	f
f	f	w	w

Die KNF von $A \rightarrow B$ ist $(\neg A) \vee B$.

Die KNF von $A \leftrightarrow B$ ist $((\neg A) \vee B) \wedge (A \vee (\neg B))$.

Beides entspricht den Formen aus a).

g)

A	B	C	$B \wedge C$	$A \rightarrow (B \wedge C)$
w	w	w	w	w
w	w	f	f	f
w	f	w	f	f
w	f	f	f	f
f	w	w	w	w
f	w	f	f	w
f	f	w	f	w
f	f	f	f	w

Die KNF von $A \rightarrow (B \wedge C)$ ist

$((\neg A) \vee (\neg B) \vee C) \wedge ((\neg A) \vee B \vee (\neg C)) \wedge ((\neg A) \vee B \vee C)$.