

## Aussagenlogik – Didaktische Hinweise

Für die Aussagenlogik sind in diesem Vorschlag ca. 4-5 Doppelstunden vorgesehen. Im Zentrum stehen die üblichen Junktoren sowie die Arbeit mit Wahrheitstafeln (auch Wahrheitstabellen oder Wahrheitstabellen genannt). Außerdem werden aussagenlogische Gesetze behandelt.

Als Einstieg bietet sich, anhand geeigneter Beispiele, eine Diskussion über die Nicht-Eindeutigkeit der natürlichen Sprache an. Auch die unterschiedliche Bedeutung des *oder* (einschließend bzw. nicht-einschließend) ist hier möglich. Anschließend wird der Begriff der Aussage in der Logik anhand der beiden Kriterien *ausgeschlossenes Drittes* und *ausgeschlossener Widerspruch* präzisiert. Die Unterscheidung zwischen einer Aussageform und einer Aussage stellt hier eine mögliche Vertiefung dar mit Bezug zu den Quantoren und zur Prädikatenlogik. Einen weiteren möglichen Einstieg bieten Logikrätsel. Diese sind für die SuS motivierend und ermöglichen einen Bezug von Aussagen in der natürlichen Sprache zu den Junktoren der Aussagenlogik.

Im Unterrichtsgang wird zunächst die Negation als ein einstelliger Junktor eingeführt und dabei das Schema der Wahrheitstafel erläutert. Hierbei kann von der Verneinung in der natürlichen Sprache ausgegangen werden. Wenn man möchte, kann man auch die doppelte – oder sogar dreifache – Verneinung in der Umgangssprache, in Dialekten und in anderen Sprachen ansprechen. Die Formulierung von negierten Aussagen in der natürlichen Sprache fällt vielen SuS durchaus nicht so einfach, wie sie vielleicht zunächst denken. Hier kann auch bereits die Negation einer Konjunktion bzw. einer Disjunktion im Rahmen der natürlichen Sprache diskutiert werden, bevor dies dann formal bei den De Morgan'schen Gesetzen behandelt wird.

Im Anschluss daran werden die Konjunktion und die Disjunktion als zweistellige Junktoren vorgestellt. Auch hier kann man von *und* und *oder* in der natürlichen Sprache ausgehen. Dabei muss bei der Disjunktion der Unterschied zwischen einschließendem und nicht-einschließendem *oder* diskutiert werden. Mit den nun drei vorhandenen Junktoren ( $\neg$ ,  $\wedge$ ,  $\vee$ ) können Wahrheitstafeln zu vielfältigen zusammengesetzten Aussagen erstellt werden. Insbesondere können dabei aussagenlogische Gesetze wie die Kommutativ-, Assoziativ- und Distributivgesetze der Logik sowie die De Morgan'schen Gesetze mithilfe von Wahrheitstafeln bewiesen werden. In diesem Zusammenhang wird der Begriff *logisch äquivalent* über übereinstimmende Wahrheitstafeln definiert.

Schließlich werden die zweiwertigen Junktoren Implikation und Äquivalenz eingeführt. Dabei kann an das Vorwissen der SuS zu „Wenn ... dann“ und „Genau dann ... wenn“ aus dem normalen Mathematikunterricht angeknüpft werden. Allerdings muss bei der Implikation  $A \rightarrow B$  der Fall, dass A den Wahrheitswert f hat, besonders besprochen werden („ex falso quodlibet“). Dies bietet Anlass für interessante logische Diskussionen. In Übereinstimmung mit dem (vorläufigen) Bildungsplan des Vertiefungskurses ist hier von Implikation und Äquivalenz die Rede, die Begriffe Subjunktion und Bijunktion müssen nicht eingeführt werden und insbesondere müssen Metasprache und Objektsprache und damit auch der Unterschied

zwischen Subjunktion und Implikation nicht thematisiert werden. Hier besteht ebenfalls eine Möglichkeit zur Vertiefung.

Schließlich erfolgt die Definition einer Tautologie und einer Kontradiktion. Diese Begriffe sind vom Bildungsplan zwar nicht vorgeschrieben, jedoch so grundlegend für die Logik, dass ihre Thematisierung empfehlenswert ist. Mithilfe der Wahrheitswerttafeln werden Aussagen daraufhin überprüft, ob sie eine Tautologie bzw. Kontradiktion sind. Des Weiteren wird eine Übersicht aller aussagenlogischen Gesetze zusammengestellt.

Als Abschluss der Unterrichtseinheit bietet sich eine Behandlung des Sheffer'schen Strichs (*NAND*) an. Mit diesem zweiwertigen Junktor allein können alle fünf üblichen Junktoren ausgedrückt werden. Der Sheffer'sche Strich bildet ein funktional vollständiges Junktorensystem der Aussagenlogik.