



Repräsentation von Graphen

Problemstellung 1

Ein Soziogramm (graphische Darstellung der Beziehungen in einer Gruppe) soll aus den Handykontaktdaten erstellt werden. In nebenstehender Liste sieht man, wer welche Nummern gespeichert hat.

Kennt Handynummer:

Adriana kennt Clara, Betül

Betül kennt Clara, Dominik

Clara kennt Adriana

Dominik kennt Betül, Clara

Problemstellung 2 (Traveling Salesman Problem)



Ein Geschäftsmann aus Frankfurt muss Kunden in Berlin, Nürnberg und München beraten. Er möchte seine Rundreise so planen, dass er jeden Ort nur genau einmal besucht und die Gesamtfahrstrecke dabei möglichst klein bleibt. Dazu hat er die Entfernungen (in km) in einer Tabelle aufgeschrieben:

	München	Nürnberg	Frankfurt	Berlin
München	0	170	400	590
Nürnberg	170	0	230	440
Frankfurt	400	230	0	550
Berlin	590	440	550	0

Deutschlandkarte [gemeinfrei] URL:
https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/5/57/Karte_Deutschland.png
 (abgerufen: 3.4.2018)

Aufgaben:

1. Entscheide in beiden Situationen, ob es sich um einen gerichteten oder einen ungerichteten Graphen handelt. Entscheide in beiden Situationen, ob es sich um gewichteten oder einen ungewichteten Graphen handelt.
2. Stelle die Graphen beider Problemstellungen dar.
3. Erläutere, wie man einen gewichteten Graphen in einer Adjazenzliste speichern könnte. Beschreibe, wie die Adjazenzliste aussehen würde, wenn der Graph ungerichtet wäre.
4. Erläutere, wie man einen ungewichteten Graphen in einer Adjazenzmatrix speichern kann. Beschreibe, wie die Adjazenzmatrix aussähe, wenn der Graph gerichtet wäre.
5. Stelle folgende als Adjazenzmatrix oder Adjazenzliste gegebenen Graphen dar.

$$\text{a) } \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad \text{b) } \begin{pmatrix} 0 & 4 & 1 & 0 & 1 \\ 4 & 0 & 2 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 0 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 5 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Knoten	Kanten
0	2; 4
1	2; 3; 4
2	0; 1; 4
3	1
4	0; 1; 2

Knoten	Kanten
0	(1; 12); (2; 4)
1	(3; 41)
2	(0; 8); (4; 2)
3	(0; 12)
4	(0; 3); (2; 5)

6. Betrachte die Dateien graph1.csv und graph2.csv im Unterordner beispielgraphen/05_repraesentation des Graphen-Testers in einem Texteditor. Untersuche, wie die Graphen hier gespeichert sind.



Effizienzanalyse

Die verschiedenen Repräsentationen der Graphen haben Vor- und Nachteile. Man kann z.B. den benötigten Speicherplatz und die Laufzeit für Zugriffoperationen auf den Graphen bewerten.

Dabei muss man Anwendungen unterscheiden, bei denen relativ dünne Graphen auftreten, und Anwendungen, bei denen der Graph (nahezu) vollständig ist. Repräsentiert der Graph z.B. eine Karte mit Straßen und Kreuzungen, gehen von jedem Knoten (=Kreuzung) nur wenige Kanten (=Straßen) ab. Mehr als 4-5 Straßen gehen üblicherweise nicht von einer Kreuzung aus. Diese Zahl ändert sich auch nicht, wenn die Anzahl der Knoten steigt. Der Graph ist also sehr dünn. Betrachtet man hingegen das Traveling Salesman Problem, dann kann man von jeder Stadt in jede andere reisen. Der Graph ist also vollständig. Bei einer Erhöhung der Knotenzahl steigt damit auch die Zahl der Kanten pro Knoten.

Speicherplatz (ungerichteter, gewichteter Graph)

Adjazenzliste: Zwei Zahlen (Nummer des Nachbarknoten, Entfernung) werden gespeichert.

Adjazenzmatrix: Eine Zahl (Entfernung) wird in jeder Zelle gespeichert (0 für keine Kante).

Anzahl der Knoten	dünnere Graph (4 Kanten pro Knoten)		vollständiger Graph	
	Adjazenzliste	Adjazenzmatrix	Adjazenzliste	Adjazenzmatrix
5	5·4·2 = 40 Zahlen	5·5 = 25 Zahlen	40 Zahlen	25 Zahlen
6				
7				
8				
9				
n				

Ergebnis:

Laufzeitanalyse

Die Laufzeit einzelner Operationen hängt von der Art der Implementierung ab.

Adjazenzliste: Ein Array enthält für jeden Knoten eine einfach verkettete Liste der Kanten.

Adjazenzmatrix: Zweidimensionales Array.

Operation	dünnere Graph (4 Kanten pro Knoten)		vollständiger Graph	
	Adjazenzliste	Adjazenzmatrix	Adjazenzliste	Adjazenzmatrix
Länge einer Kante?	O(1)	O(1)	O(n)	O(1)
Ausgangsgrad eines Knotens?				
Einfügen Kante				
Einfügen Knoten				
Löschen Kante				
Löschen Knoten				

Ergebnis: