

ERDE UND WELTALL:

HIMMELMECHANIK UND  
ASTROPHYSIK

EIN UNTERRICHTSGANG  
KLASSE 10 IMP

Grafiken: S. Hanssen

Dieses Werk ist unter einem **Creative Commons 3.0 Deutschland Lizenzvertrag** lizenziert:

- Namensnennung
- Keine kommerzielle Nutzung
- Weitergabe unter gleichen Bedingungen

Um die Lizenz anzusehen, gehen Sie bitte zu <http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/3.0/de> oder schicken Sie einen Brief an Creative Commons, 171 Second Street, Suite 300, San Francisco, California 94105, USA.

Sven Hanssen – E-Mail: [Sven.Hanssen@zsl-rsgd.de](mailto:Sven.Hanssen@zsl-rsgd.de) – April 2020



S. Hanssen (07.05.2020)

ZPG IMP



## Erde und Weltall:

### Himmelsmechanik und Astrophysik (3.3.3.2)

#### Inhaltsverzeichnis

<b>Überblick .....</b>	<b>2</b>
<b>I. Gravitation und Kepler .....</b>	<b>2</b>
1. Die Keplergesetze .....	2
2. Die Wirkung der Gravitation .....	5
3. Die Fluchtgeschwindigkeit .....	10
<b>II. Sternentwicklung und Exoplaneten .....</b>	<b>13</b>
1. Die Entwicklung von Sternen .....	13
2. Die Entdeckung extrasolarer Planeten .....	16



## Überblick

Als am 16. Juli 1969 die Saturn V mit der Apollo 11-Mission abhob, um am 20. Juli die ersten Menschen auf den Mond zu bringen, war dies nicht nur „a giant leap for mankind“, sondern insbesondere ein geniales Zusammenspiel und Ausnutzung der grundlegendsten physikalischen Gesetze.

Raumfahrzeuge unterliegen wie Monde, Planeten und alle anderen Himmelskörper in erster Linie den drei Keplergesetzen. Reisen im Weltall folgen den durch diese Gesetze vorgegebenen Flugbahnen.

Es bietet sich hier an, das insbesondere auch für Schüler spannende Thema Raumfahrt aufzugreifen und anhand dieser Thematik die „Physik des Weltalls“ erfahrbar zu machen: Ausgehend von den Keplergesetzen und dem Gravitationsgesetz wird im Unterricht verdeutlicht, wie Reisedauern im Weltall hierdurch festgelegt sind, dass Geschwindigkeiten und Positionen von Satelliten und notwendig zu erreichende Geschwindigkeiten durch recht einfache physikalische Hintergründe erklärbar werden.

Die Fluchtgeschwindigkeit, mit der das Gravitationsfeld eines Objektes verlassen werden kann, kann allerdings auch für Licht zur Hürde werden. Ist dies der Fall, haben wir ein Schwarzes Loch gebastelt. Dies liefert einen nahtlosen Übergang zum Thema der Sternentwicklung, die je nach Sternmasse zu unterschiedlichen Endstadien führt, bis hin zum Schwarzen Loch.

In Klasse 9 (II.1. Die habitable Zone der Sonne) haben die Schüler einen hierfür notwendigen Riesenstern mit dem „Circumstellar Habitable Zone Simulator“ (<http://astro.unl.edu/naap/habitablezones/animations/stellarHabitableZone.html>) nachgestellt, nun bekommen sie einen Überblick über das Thema Sternentwicklung, das später im Wahlfach Astronomie vertieft wird.

Diesbezüglich werden, wie auch bereits in Klasse 8 (I. 4. Das Sonnensystem als Teil der Milchstraße), Exoplaneten angesprochen. Eine der Entdeckungsmethoden wird hier vorgestellt und erklärt.

## I. Gravitation und Kepler

### 1. Die Keplergesetze

Als Basis für die nachfolgenden raumfahrttechnischen Prinzipien werden zunächst die Keplergesetze besprochen. Die Ellipse kennen die Schüler möglicherweise bereits aus dem Mathematik-Teil. Sollte das nicht der Fall sein, können ein paar grundlegende Dinge der Ellipse mit der Präsentation 00\_euw\_ppt\_ellipse demonstriert und auf dem Arbeitsblatt 00\_euw\_ab\_die\_ellipse festgehalten werden. Zu sehr sollte das hier nicht vertieft werden, da die Zeit hierfür nicht reicht und die Inhalte sich nicht doppeln sollten.

Vorbereitung (Stunde 1 von 8):

01\_euw\_ppt\_keplergesetze.pptx (bis Folie 9)

Kopieren des Arbeitsblatts:

01\_euw\_ab\_die\_keplergesetze.docx

Kreide, lange Schnur, ggf.: Pinnadeln, Pappe, Faden



## Unterrichtsablauf (Stunde 1 von 8):

Zur Motivation lässt man drei Schüler an der Tafel eine Ellipse mit der Gärtnerkonstruktion zeichnen. (Diese heißt so, weil man mit dieser Methode ellipsenförmige Strukturen einfach im Garten gestalten kann (Beete, Teiche,...)).

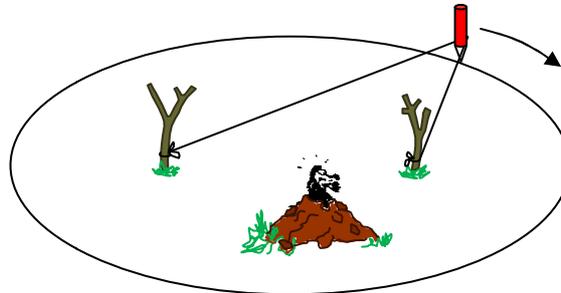


Abbildung 1: S. Hanssen

Im Garten fixiert man zwei Stöcke als Brennpunkte und befestigt an jedem jeweils ein Ende der Schnur – diese sollte länger sein als der Abstand der beiden Stöcke, sonst wird das nichts... Durch Spannen der Schnur markiert man wie oben abgebildet eine Ellipse. An der Tafel halten zwei Schüler jeweils ein Schnurende an der Tafel fest, während der dritte Schüler die Ellipse zeichnet. Durch Veränderung der Brennpunktabstände und Schnurlängen kann man diverse Ellipsen kreieren. Meist wird man aber froh sein, wenn wenigstens eine an der Tafel in überschaubarer Zeit vollendet wird. Natürlich können die Schüler auch mit einem Faden und zwei Pinnadeln Ellipsen auf einem Blatt Papier konstruieren (Karton darunter!).

Mit der Präsentation 01\_euw\_ppt\_keplergesetze werden nun die Keplergesetze vorgestellt und auf dem Arbeitsblatt 01\_euw\_ab\_die\_keplergesetze in ihrer **allgemeinen Form** festgehalten (es macht wenig Sinn darin nur von den Planeten und der Sonne zu sprechen, wenn es später auch um Raketen, Mond und Erde geht).

Abzusehen ist, dass das dritte Keplergesetz zunächst noch keine Begeisterungstürme hervorruft, aber seine schöne Besonderheit wird bereits in der folgenden Doppelstunde deutlich.

## Vorbereitung (Stunden 2 und 3 von 8):

02\_euw\_ab\_die\_hohmann\_bahn.pptx

Kopieren des Arbeitsblatts:

02\_euw\_ab\_die\_hohmann\_bahn.docx

## Unterrichtsablauf (Stunden 2 und 3 von 8):

Walter Hohmann (1885-1945; deutscher Ingenieur) hat gezeigt, dass der energetisch günstigste aller Reisewege im Weltall eine Ellipsenbahn ist. Auf dieser Transferbahn, der sogenannten Hohmann-Bahn, fliegt das Raumschiff antriebslos bis zum Ziel.

Die Umlaufbahnen von Ausgangs- und Zielobjekt werden von der Hohmann-Bahn nicht geschnitten, sondern nur in je einem ihrer Scheitelpunkte berührt. Im Fall des Mondflugs sind das das Apogäum (erdfernster Punkt) und das Perigäum (erdnächster Punkt). Da sich die Geschwindigkeiten von Planet und Raumschiff in beiden Berührungspunkten deutlich unterscheiden, müssen sie deshalb durch kurzzeitigen Raketenschub angepasst werden. Durch die dort parallele Bewegung der beiden Objekte, benötigt das Raumschiff bei diesem Bahnwechsel eine geringere Antriebsleistung als bei jeder anderen Form der Transferbahn.



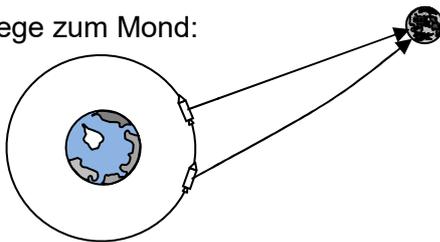
Der Zeitbedarf für diese halb elliptische Bahn ist aber größer, als bei direkter verlaufenden Bahnen, die in ihrer gedachten Verlängerung mindestens eine der Objektbahnen schneiden. Mit der Präsentation 02\_euw\_ab\_die\_hohmann\_bahn zeigt man das Prinzip der Hohmann-Bahn. Diese zeigt auch, wie sich für den Mondflug aus den Daten der Apollo-Flüge die große Halbachse der Hohmann-Bahn bestimmen lässt. Allein mit diesen Angaben lässt sich nun mithilfe des dritten Keplergesetzes bereits die Dauer des Fluges zum Mond berechnen.

Möglicher Tafelanschrieb:

## Die Hohmann-Bahn

(Walther Hohmann 1880 - 1945)

Denkbare Wege zum Mond:

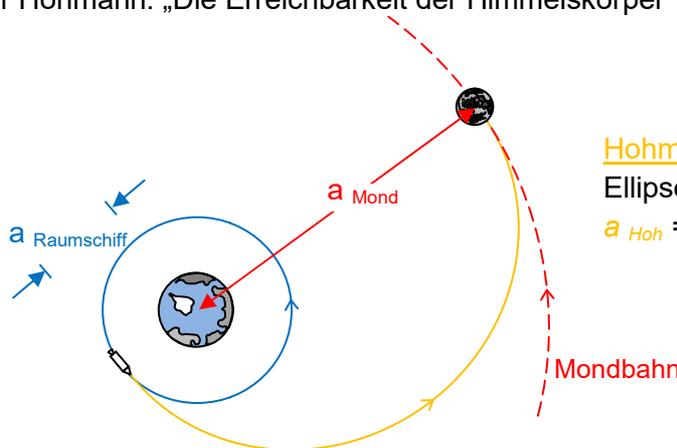


Der kürzeste Weg ist nicht der energetisch sinnvollste!

→ 1. Kepler: Die Bewegung eines Raumfahrzeugs findet (antriebslos) auf einer Ellipsenbahn statt.

Die dargestellten Wege benötigen beim Start und der Ankunft (Richtungswechsel / Beschleunigung (+/-) ) enorm viel Treibstoff.

1925: Walter Hohmann: „Die Erreichbarkeit der Himmelskörper“



### Hohmann-Bahn:

Ellipse mit der großen Halbachse

$$a_{Hoh} = \frac{1}{2} (a_{Mond} + a_{Raumschiff})$$

Apollo-Missionen (Orbit in 300 km Höhe):

$$\left. \begin{array}{l} a_{Raumschiff} = 6\,671 \text{ km} (= 6\,371 \text{ km} + 300 \text{ km}) \\ a_{Mond} = 384\,000 \text{ km} \end{array} \right\} a_{Hoh} = \frac{1}{2} (384\,000 \text{ km} + 6\,671 \text{ km}) = 195\,336 \text{ km}$$

3. Kepler (ganzer Umlauf auf der Hohmann-Bahn):

$$\frac{T_{Hoh}^2}{T_{Mond}^2} = \frac{a_{Hoh}^3}{a_{Mond}^3}$$

$$T_{Hoh} = \sqrt{\frac{a_{Hoh}^3}{a_{Mond}^3}} \cdot T_{Mond} = \sqrt{\frac{(195\,336 \text{ km})^3}{(384\,000 \text{ km})^3}} \cdot 27,32 \text{ d} \approx 9,9 \text{ d}$$

→ Reisedauer zum Mond:  $\frac{1}{2} T_{Hoh} \approx 5 \text{ d}$

Abbildung 2: S. Hanssen



Vielleicht stellt jemand eine kleine Diskrepanz fest: Der Flug zum Mond dauerte nur drei Tage und nicht fünf. Dies hatte mehrere Gründe, von denen hier zwei erwähnt werden sollen: 1. Die Bahn des Mondes um die Erde ist kein Kreis, sondern eine Ellipse und der Abstand von der Erde variiert um bis zu 50 000 km (Perigäum min. 356 400 km, Apogäum max. 406 700 km), der Mondflug fand zum Perigäum statt. 2. Die Geschwindigkeit des Apollo Raumschiffes war größer als für die Hohmann-Ellipse notwendig. Diese dadurch zunächst größere Ellipsenbahn, führte aufgrund der Anziehungskraft des Mondes dann zum Ziel. Diese Faktoren (u.a.) führten zu einer deutlich kürzeren Reisedauer. Nichtsdestotrotz erhält man mit der einfachen Rechnung einen beachtlich guten Näherungswert für die Reisedauer.

Genauso elegant können die Schüler nun mit dem Arbeitsblatt 02\_euw\_ab\_die\_hohmann\_bahn einen sehr realistischen Wert für die Reisedauer, bei einem reinen Hohmann-Transfer, zum Mars berechnen.

Hinweis: Durch eine Verdopplung der Zeit erreicht man nicht die Dauer einer gesamten Marsmission. Für eine Mondmission klappt das etwa, da man zum Zentralkörper (Erde) zurück muss. Der Zentralkörper bei einem Marsflug ist aber die Sonne, die man eher als Anflugobjekt vermeidet. Da die Erde den Mars auf der Innenbahn um die Sonne überholt, kann nicht zu jedem beliebigen Zeitpunkt ein Rückflug durchgeführt werden. Man muss warten, bis die Erde wieder geeignet positioniert ist, damit nach 256 Tagen die Erde auch dort steht, wo das Raumschiff nach 256 Tagen nach dem Start vom Mars ankommt. Die kürzeste Missionszeit beträgt hierfür fast drei Jahre.

## 2. Die Wirkung der Gravitation

Vorbereitung (Stunden 4 bis 6 von 8):

<https://www.youtube.com/watch?v=K1v2IN5Yly8>

<http://www.mabo-physik.de/erdumlaufbahn.html>

03\_euw\_ppt\_die\_erste\_kosmische\_geschwindigkeit.pptx

01\_euw\_ppt\_keplergesetze.pptx (Herleitung 3. Kepler; ab Folie 10)

Kopieren der Arbeitsblätter:

03\_euw\_ab\_gravitationsgesetz.docx

04\_euw\_ab\_geostationaere\_umlafbahn.docx

05\_euw\_ab\_der\_ortsfaktor\_auf\_der\_iss.docx

06\_euw\_ab\_das\_gravitationsfeld.docx

Unterrichtsablauf (Stunden 4 bis 6 von 8):

In den folgenden drei Stunden ist es das Ziel herauszufinden, welche Geschwindigkeiten erreicht werden müssen, um auf erdnahen Umlaufbahnen (im Fachjargon „LEO“: Lower Earth Orbit) bleiben zu können aber auch, wie sich das Gravitationsfeld bezüglich des Abstandes zu einem Massezentrum verändert.

Zur Einstimmung ist der Videoausschnitt des Speerwurfs von Obelix bei „Asterix bei den Olympischen Spielen“ <https://www.youtube.com/watch?v=K1v2IN5Yly8> sehr nett, verbunden mit der Frage, welche Geschwindigkeit der Speer von Obelix haben musste. Die Schülerantworten fallen in jeder Hinsicht spektakulär aus.

Qualitativ hilft die Simulation von Matthias Borchardt weiter (<http://www.mabo-physik.de/erdumlaufbahn.html>), man versucht die Geschwindigkeit zunächst so einzustellen, dass die Erde umrundet werden kann.



In der Anfangseinstellung startet das Objekt in 400 km Höhe (das entspricht etwa der Flughöhe der internationalen Raumstation ISS) aber die Geschwindigkeit genügt noch nicht, um die Erde zu umkreisen. Eine Anpassung der "Startgeschwindigkeit" auf 27 201 km/h erreicht das Ziel. Allerdings ist nun der Abstand zur Erdoberfläche im Perigäum sehr gering, was in der Realität zu echten Problemen führen würde (Hochhäuser etc.). Abgesehen davon würde die Reibung in der Atmosphäre zu einer so starken Abbremsung führen, dass das Raumschiff abstürzt. Die Reibung ist hier aber in der Simulation nicht berücksichtigt.

(Anmerkung: Mit 27 625 km/h erhält man eine nahezu kreisförmige Bahn.)

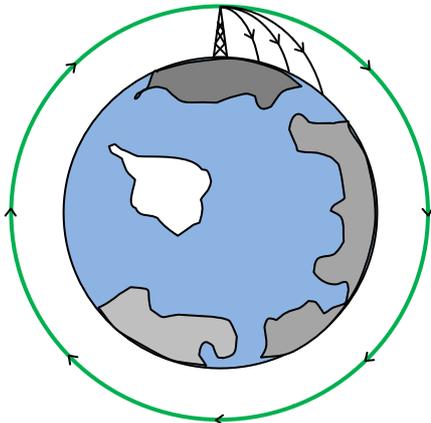
Nun geht es darum eine Geschwindigkeit zu finden, bei der ein Objekt in der niedrigsten Starthöhe (in der Simulation ist das 1km) gerade um die Erde herumkommt (28 477 km/h), dies entspricht dann letztlich der 1. kosmischen Geschwindigkeit von 7,9 km/s.

Mit der Präsentation 03\_euw\_ppt\_die\_erste\_kosmische\_geschwindigkeit wiederholt man nochmals kurz das Gesehene: Ein Körper fällt einfach beschleunigt auf die Erde zu, wenn er sich im Weltall zuvor nicht bewegt (wie der Apfel vom Baum) (Folie 2). Gibt man ihm eine Geschwindigkeitskomponente tangential zur Erdoberfläche, so wird er zunächst annähernd auf einer Parabelbahn auf die Erde zufallen (Folie 3 und 4). (Anm.: Es handelt sich nur um eine Parabel, solange man das Gravitationsfeld als homogen betrachtet. Da dieses aber radial ist, wird die Bahnkurve zur Erde hin „verbogen“. Betrachtet man großräumige Bewegungen, wird die Bahnkurve zu einer Ellipse). Auf Folie 5 ist zu sehen, wie das Raumschiff im radialen Gravitationsfeld „um die Erde herumfällt“.

Möglicher Tafelanschrieb:

## Erdnahe Flugbahnen:

### Die erste kosmische Geschwindigkeit



Welche Geschwindigkeit muss ein Körper haben, damit er antriebslos „um die Erde herumfällt“?

(1. Kepler:) Satelliten bewegen sich auf Ellipsenbahnen.

Idealform: Kreis

Abbildung 3: S. Hanssen

Die Gravitationskraft wirkt als Zentripetalkraft, daraus erhält man den Wert der Geschwindigkeit. Die Zentripetalkraft kennen die Schüler wahrscheinlich noch nicht, aber lernen sie im Physikunterricht kennen. Dem muss und sollte man nicht vorgreifen. Es genügt hier Überlegungen anzustellen, von welchen Größen eine Kraft abhängt, mit der man einen Körper auf eine Kreisbahn zwingen möchte. Dies kann mit Folie 6 und 7 geschehen:



Je-desto-Überlegungen führen fast schon zur Formel, einzig das Quadrat bei der Geschwindigkeit bleibt ungenannt. Dieses wird ergänzt und auf den Physikunterricht verwiesen (dort kann z.B. durch Einheiten-Vergleich das Quadrat erarbeitet werden).

Fortsetzung Tafelanschrieb:

Für eine Kreisbewegung ist eine Kraft notwendig: **Zentripetalkraft  $F_Z$** .

Sie ist zum Kreismittelpunkt gerichtet und abhängig von der **Geschwindigkeit  $v$** , der **Masse  $m$**  und dem **Radius  $r$** :

$$F_Z = \frac{m \cdot v^2}{r}$$

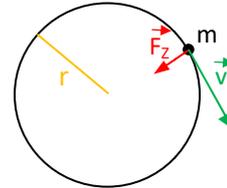


Abbildung 4: S. Hanssen

Auf der Folie 8 wird die 1. kosmische Geschwindigkeit hergeleitet. Die Schüler können und sollten die Schritte ab  $F_G = F_Z$  bis zum Ergebnis selbst durchführen, die Präsentation bestätigt die Rechnung nur nochmals. Folie 9 definiert die 1. kosmische Geschwindigkeit.

Es lohnt sich, dass die Schüler durch eigene Rechnung feststellen, dass das „m“ verschwindet! Es gibt sie, die Schüler, die das auch richtig interpretieren! Es wäre fatal, wenn die Geschwindigkeit massenabhängig wäre, das gäbe u.a. auf der ISS ein Chaos...

Fortsetzung Tafelanschrieb:

Für einen erdnahen Körper gilt:  $F_G = m \cdot g$  ( $g = 9,81 \text{ m/s}^2$ ) (Gewichtskraft)

Diese Gewichtskraft bringt die Zentripetalkraft auf:

$$F_G = F_Z$$

$$m \cdot g = \frac{m \cdot v^2}{r} \quad (\text{massenunabhängig!})$$

Oberfläche ( $r = R$ ):

$$v = \sqrt{g \cdot R} = v_K \quad (\text{Kreisbahngeschwindigkeit})$$

$$\text{Erde (} R_E = 6371 \text{ km): } v_K = v_1 = \sqrt{g \cdot R_E} = \sqrt{9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 6,371 \cdot 10^6 \text{ m}} = 7,9 \frac{\text{km}}{\text{s}} \quad (= 28\,440 \frac{\text{km}}{\text{h}})$$

Um einen Körper in eine erdnahe Umlaufbahn zu bringen, benötigt er mindestens die

**1. kosmische Geschwindigkeit (Kreisbahngeschwindigkeit  $v_K$  um die Erde)  $v_1 = 7,9 \text{ km/s}$**

→ der Körper und alles in ihm fällt permanent um die Erde herum: „Schwerelosigkeit“

Werden die Abstände größer, verändert sich auch der Ortsfaktor nach  $g(r) = G \cdot \frac{M}{r^2}$ .

Dies wird mit dem Arbeitsblatt 03\_euw\_ab\_gravitationsgesetz besprochen: Der bislang immer präsente und fast schon als „Naturkonstante“ gehandelte Wert  $g = 9,81 \text{ m/s}^2$  kann für größere Höhen nicht mehr verwendet werden.

Zunächst stellen die Schüler fest, dass in diesem Wert die zentrale Masse (hier zunächst die Erde) und der Erdradius eine Rolle spielen und je nach Zentralkörper unterschiedlich ist: Auf der Mondoberfläche ist  $g = 1,6 \text{ m/s}^2$ , während der Ortsfaktor auf der Sonnenoberfläche beträchtliche  $274 \text{ m/s}^2$  annimmt.

Die ISS benötigt für eine Erdumrundung etwa 1,5 h in 400 km Höhe, der Mond benötigt hierfür 27,32 d in 384 000 km Entfernung. Dazwischen muss es also eine Bahn geben, bei der die Umlaufdauer der Rotationsdauer der Erde entspricht.



Das Arbeitsblatt 04\_euw\_ab\_geostationaere\_umlafbahn wendet das nun an: Will man einen geostationären Satelliten haben, so soll dieser über einem bestimmten Punkt der Erde bleiben. Hierzu muss er auf einer äquatorialen Bahn sein, da sonst die Drehrichtungen des Satelliten und der Erde in unterschiedliche Richtungen weisen. Er benötigt eine Umlaufzeit von 23h 56 min. Diese Zeit benötigt die Erde für eine exakte 360° - Drehung.

Anmerkung: 24h braucht die Erde, um bezüglich der Sonne wieder die gleiche Richtung zu haben. Dies ist aufgrund der jährlichen Bewegung der Erde um die Sonne jeden Tag etwa ein Grad mehr (361°) und entspricht etwa den fehlenden 4 Minuten.

Setzt man die Bedingungen ein (s. 04\_euw\_ab\_geostationaere\_umlafbahn\_loesung), erhält man für die geostationäre Umlafbahn eine Höhe von 36 000 km über der Erdoberfläche.

Oft wird von „Schwerelosigkeit“ gesprochen, wenn es um Raumfahrtmissionen geht. Dieser Effekt wird häufig fälschlicherweise mit fehlender Gravitation oder noch schlimmer als „Gleichgewicht“ zwischen Zentripetal- und Zentrifugalkraft erklärt, dies ist physikalisch alles unsinnig!

Arbeitsblatt 05\_euw\_ab\_der\_ortsfaktor\_auf\_der\_iss zeigt zunächst, dass der Ortsfaktor auf der ISS mit etwa 8,69 m/s<sup>2</sup> nur etwas kleiner als der an der Erdoberfläche ist. Die ISS befindet sich im freien Fall! Da sie aber eine hohe horizontale Geschwindigkeit hat, und die Erde nicht flach sondern rund ist, fällt sie an der Erde vorbei, wie alles in ihr. Dies führt zum Gefühl der Schwerelosigkeit, wie sie auch bei Parabelflügen simuliert wird, es ist aber keine!

Ein Gleichsetzen von Zentrifugal- und Zentripetalkraft ist ein Vergleich in zwei verschiedenen Bezugssystemen, einer Scheinkraft und einer realen Kraft. Das lassen wir besser sein, ist nur verwirrend, falsch und wird auch nicht benötigt. Die Kraft ist ja da: Sie ist die benötigte Zentripetalkraft für die Kreisbahn um die Erde.

Mit dem Wissen um die Gravitations- und Zentripetalkraft kann das dritte Keplergesetz unter der Annahme des Sonderfalls einer Kreisbahn hergeleitet werden. Anmerkung: Die viel kompliziertere, allgemeine Herleitung über den Drehimpuls führt zum gleichen Ergebnis. ☺

01\_euw\_ppt\_keplergesetze.pptx (Herleitung des dritten Keplergesetzes: Beginn mit Folie 10)

Möglicher Tafelanschrieb:

Herleitung des dritten Keplergesetzes:

$$F_G = F_Z$$

$$G \frac{m \cdot M}{r^2} = \frac{m \cdot v^2}{r} \quad (\text{massenunabhängig!})$$

Für die Geschwindigkeit  $v$  gilt (idealisiert, Kreisbahn):

$$v = \frac{2\pi r}{T}$$

Einsetzen in obige Gleichung ergibt:

$$G \frac{M}{r^2} = \frac{2^2 \pi^2 r^2}{T^2 r} \quad | : 4 : \pi^2 \cdot r^2$$

Schreibt man alle Konstanten auf eine Seite erhält man:

$$\frac{G \cdot M}{4\pi^2} = \frac{r^3}{T^2} \quad (M: \text{Zentralkörper (z. B. Sonne)})$$

Somit folgt das **dritte Keplergesetz**:

$$\left\| \frac{r^3}{T^2} = \text{konst.} \right\|$$



Dass die Annahme eines Kreises für die Planetenbahnen (Folie 11) nicht ganz falsch ist, zeigen demonstrativ die Folien 13 bis 20. Die Brennpunkte sind jeweils mit grünen Kreuzchen gekennzeichnet.

Auf Folie 12 wird zuvor noch die numerische Exzentrizität  $\varepsilon$  erklärt. Sie gibt das Verhältnis von Brennweite  $e$  zur großen Halbachse  $a$  einer Ellipse an ( $\varepsilon = e/a$ ). Sie ist bei einem Kreis null, da die Brennpunkte im Mittelpunkt des Kreises vereint sind und somit  $e = \varepsilon = 0$  ist.

Für alle Planeten sind diese Exzentrizitäten  $\varepsilon$  auf den Folien angegeben:

Merkur: 0,2056; Venus: 0,0068; Erde: 0,0167; Mars: 0,0935; Jupiter: 0,0484;  
Saturn: 0,05648; Uranus: 0,0472; Neptun: 0,00859; Pluto: 0,2488; Sedna: 0,841

Wie sich das optisch auswirkt, ist nur für die Planeten Merkur bis Mars und für zwei der Zwergplaneten Pluto und Sedna dargestellt, sonst langweilt das, weil man eh´ nichts sieht:

Bei Merkur und Mars sind bereits nur minimale Abweichungen zu erkennen, bei Venus und Erde sind diese sogar so gering, dass sie auf der Folie gar nicht auflösbar sind:

Der Vergleichskreis (orange) und die „Ellipse“ (rot) haben hier exakt die gleiche Größe. Falls irgendwelche Schüler doch einen vermeintlichen Unterschied sehen: Der Vergleichskreis hat auf der Folie einen Radius von 8,1 cm. Für die Erde ist  $\varepsilon = 0,0167$ . Das führt zu einer Brennweite von  $e = \varepsilon \cdot a = 0,0167 \cdot 8,1 \text{ cm} = 0,1353 \text{ cm}$ . Mit der Rechnung aus der Präsentation 00\_euw\_ppt\_ellipse, Folie 5 ist  $b^2 = a^2 - e^2$ . Somit hat die kleine Halbachse auf der Folie eine Länge von  $b = 8,0989 \text{ cm}$ . Der Unterschied ist weder darstell- noch erkennbar!

In realen Zahlen heißt dies für die Erde: Die große Halbachse  $a$  hat 149,598 Mio. km, die Brennpunkte befinden sich knapp 2,5 Mio. km von der Ellipsenmitte entfernt. In einem davon befindet sich die Sonne. Dies wiederum bedeutet, dass sich die Erde im Perihel (dem sonnennächsten Punkt) 147,1 Mio. km und im Aphel (sonnenfernster Punkt) 152,1 Mio. km von der Sonne entfernt befindet.

Nebenbei bemerkt: Da wir uns am 3. Januar im Perihel und am 3. Juli im Aphel befinden, kann der Abstand zur Sonne wohl nicht für die Jahreszeiten ausschlaggebend sein...

Folie 17 zeigt die Orbits der inneren Planeten maßstäblich (Planeten sind nicht maßstäblich!) und demonstriert die Umlaufdauern im Verhältnis (1 Sekunde entspricht einem Monat).

Sedna hat einen Durchmesser von etwa 1000 km, gehört zu den transneptunischen Objekten und bewegt sich außerhalb des Kuipergürtels (vgl. IMP 8: 02\_euw\_ppt\_unser\_sonnensystem\_im\_universum, Folie 30) auf einer hochgradig elliptischen Umlaufbahn um die Sonne (Perihel: 76 AE, Aphel: 883 AE). Hier sieht man deutlich die Ellipsenform (Folie 20).

Nun kann man zum Beispiel Zentralmassen bestimmen:

Fortsetzung Tafelanschrieb:

Umformen nach M:

$$M = \frac{4\pi^2 r^3}{G \cdot T^2}$$

Hieraus (zum Beispiel) die Masse der Sonne:

Umlaufdauer der Erde:  $T = 1 \text{ a} = 365 \cdot 24 \cdot 60 \cdot 60 \text{ s}$

Abstand zur Sonne:  $r = 1 \text{ AE} = 1,5 \cdot 10^{11} \text{ m}$

$$M = \frac{4\pi^2 (1,5 \cdot 10^{11} \text{ m})^3}{6,672 \cdot 10^{-11} \frac{\text{m}^3}{\text{kg s}^2} \cdot (65 \cdot 24 \cdot 60 \cdot 60 \text{ s})^2} = 2,0 \cdot 10^{30} \text{ kg} \quad (\text{Lit.: } 1,989 \cdot 10^{30} \text{ kg})$$



Eine weitere Anwendung des Gravitationsgesetzes ist die Möglichkeit festzustellen, wie weit ein Gravitationsfeld dominiert.

Mit dem Arbeitsblatt 06\_euw\_ab\_das\_gravitationsfeld kann berechnet werden, dass bei der Wechselwirkung der Gravitationsfelder von Erde und Mond der Einfluss des Mondes bereits nach knapp 43 000 km (ca. 10% des Abstandes von Mond und Erde) vernachlässigbar wird. Das Apollo-Raumschiff musste also nur in etwa diesen Abstand gebracht werden und konnte sich dann von der Erde „einfangen“ lassen.

Hinweis:

Dieser so errechnete Abstand ist „in der Nähe“ des sogenannten inneren Lagrange-Punkts L1 des Systems Erde-Mond (58 000 km vom Mond entfernt): Das ist der Punkt, an dem ein Kräftegleichgewicht zwischen der Gravitationskraft von Mond und Erde herrscht. Es wäre aber leider zu einfach, L1 auf diese Weise zu ermitteln. Lagrange-Punkte berechnen sich als eingeschränktes Dreikörperproblem, wofür es analytische Lösungen (von Lagrange und Euler) gibt. Kurz: So geht es nicht und sollte auch nicht verwechselt werden.

Bei Mondmissionen entfernt sich ein Raumschiff letztlich nie aus dem Gravitationsbereich der Erde, schließlich ist ja auch der Mond in seinem Einfluss.

Um das Gravitationsfeld eines Himmelskörpers zu verlassen, benötigt man die zweite kosmische Geschwindigkeit die nun in den folgenden zwei Stunden thematisiert wird:

### 3. Die Fluchtgeschwindigkeit

Vorbereitung (Stunde 7 und 8 von 8):

04\_euw\_ppt\_die\_zweite\_kosmische\_geschwindigkeit.pptx

Kopieren der Arbeitsblätter

07\_euw\_ab\_spezifische\_geschwindigkeiten\_des\_erdmonds.docx

08\_euw\_ab\_fluchtgeschwindigkeiten.docx

Unterrichtsablauf (Stunde 7 und 8 von 8):

Für interplanetare Missionen, also Flüge zu anderen Planeten oder Objekten in unserem Sonnensystem, muss man das Gravitationsfeld der Erde verlassen, um sich vom Gravitationsfeld der Sonne den Weg weisen zu lassen: Ein Brennpunkt der Hohmann-Bahn ist dann die Sonne und nicht mehr die Erde oder der Mond.

Zu jedem Körper gehört eine Fluchtgeschwindigkeit, mit der man aus seinem Gravitationsfeld entkommt. Die zur Erde gehörige heißt „2. kosmische Geschwindigkeit“. Möchte man von der Erde aus das Sonnensystem verlassen, benötigt man die 3. kosmische Geschwindigkeit (16,67 km/s). Sie ist nicht Gegenstand des Unterrichts und sollte auch nicht mit der Fluchtgeschwindigkeit von der Sonne (hierzu kommen wir noch) verwechselt werden.

Mit der Präsentation 04\_euw\_ppt\_die\_zweite\_kosmische\_geschwindigkeit kann die 2. kosmische Geschwindigkeit erarbeitet werden.

Mit der kinetischen Energie eines Körpers, kann in einem Gravitationsfeld eine bestimmte Höhe erreicht werden. Mit zunehmender Höhe nimmt im radialen Gravitationsfeld die Gravitationskraft mit dem Quadrat der Entfernung ab.

Wenn man dies berücksichtigt, erhält man die kleinste Geschwindigkeit die ein Raumschiff benötigt, um das Gravitationsfeld der Erde zu verlassen.

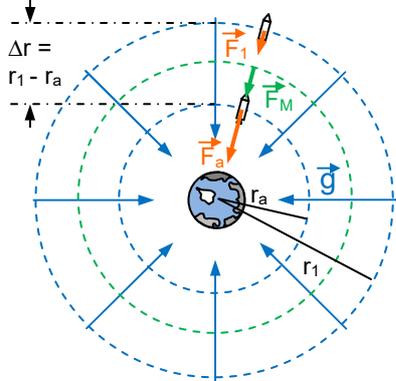
Die Rechnung kann ab  $E_{kin} \geq E_{pot}$  (Folie 11) wieder von den Schülern übernommen werden.



Möglicher Tafelanschrieb:

## Die zweite kosmische Geschwindigkeit:

Kinetische Energie  $E_{kin} = \frac{1}{2} mv^2$  kann in potentielle Energie  $E_{pot}$  umgewandelt werden.



$E_{pot}$  berechnet sich nach „Kraft mal Weg“:  $E_{pot} = F_G \cdot r$ .

$F_G$  wird nach  $F_G = m G \frac{M}{r^2}$  mit zunehmendem  $r$  geringer.

→ kleine Schritte  $\Delta r$  → Energieportionen  $\Delta E$ .

Dann:  $E_{pot} = \Delta E_1 + \Delta E_2 + \dots + \Delta E_e$  ( $\Delta E_e$ : letzte Energieportion)

Erster Schritt: Anfang:  $F_a = m G \frac{M}{r_a^2}$ ,  $F_1 = m G \frac{M}{r_1^2}$

Kleines  $\Delta r$ :  $r_a^2 \approx r_1^2 \approx r_a \cdot r_1$  → **mittlere Kraft**:  $F_{M_1} = m G \frac{M}{r_a \cdot r_1}$

Für die zugeführte Energie von  $r_a$  bis  $r_1$  gilt:

$$\Delta E_1 = F_{M_1} \cdot \Delta r = m G \frac{M}{r_a \cdot r_1} \cdot \Delta r = m G \frac{M}{r_a \cdot r_1} (r_1 - r_a) = m G M \left( \frac{1}{r_a} - \frac{1}{r_1} \right)$$

Für die nächste Energieportion (zweiter Schritt) ist dann:  $\Delta E_2 = m G M \left( \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right)$  usw.

$$\rightarrow \Delta E_{pot} = \Delta E_1 + \Delta E_2 + \dots + \Delta E_e = \dots = m G M \left( \frac{1}{r_a} - \frac{1}{r_e} \right)$$

Start: Oberfläche:  $r_a = R$ ; Ziel: „unendlich“ weit entfernt ( $r_e \rightarrow \infty$ ), dann ist

$$E_{pot} = m G M \left( \frac{1}{r_a} - \frac{1}{r_e} \right) = m G M \left( \frac{1}{R} - \underbrace{\frac{1}{r_e}}_{=0} \right) = m G \frac{M}{R}$$

Die **kinetische Energie** soll mindestens so groß wie die **potentielle Energie** sein

$$E_{kin} \geq E_{pot}$$

$$\frac{1}{2} m v^2 \geq m \cdot G \cdot \frac{M}{R} \quad (\text{massenunabhängig!})$$

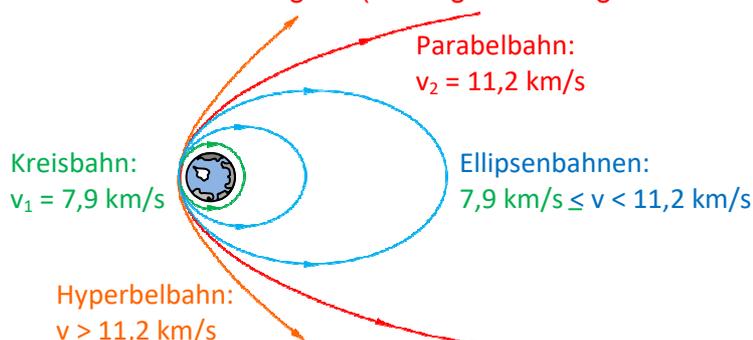
$$v \geq v_F = \sqrt{2 G \cdot \frac{M}{R}} \quad (\text{Fluchtgeschw.}) \quad \left( = \sqrt{2 G \cdot \frac{M \cdot R}{R \cdot R}} = \sqrt{2 G \cdot \frac{M}{R^2} \cdot R} = \sqrt{2 g \cdot R} = \sqrt{2} v_K \right)$$

Mit  $G = 6,672 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3/(\text{kg} \cdot \text{s}^2)$ ,  $M = 5,9736 \cdot 10^{24} \text{ kg}$ ,  $R = 6371 \text{ km}$ , bzw.  $g \approx 9,81 \text{ m/s}^2$  folgt:

$$v_F = v_2 = \sqrt{2 g \cdot R} = \sqrt{2 \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 6,371 \cdot 10^6 \text{ m}} \approx 11,2 \frac{\text{km}}{\text{s}} \quad \left( = 40\,320 \frac{\text{km}}{\text{h}} \right)$$

Um das Gravitationsfeld der Erde zu verlassen, benötigt ein von der Erdoberfläche abgeschossener Körper mindesten die

**2. kosmische Geschwindigkeit (Fluchtgeschwindigkeit von der Erde)  $v_2 = 11,2 \text{ km/s}$**



Diese Werte gelten nur für die Erde!

Abbildung 5: S. Hanssen



Mit dem Arbeitsblatt 07\_euw\_ab\_spezifische\_geschwindigkeiten\_des\_erdmonds können die Schüler die Kreisbahngeschwindigkeit und Fluchtgeschwindigkeit für die Apollo-Missionen bezüglich des Erdmonds berechnen: Hierbei sieht man die großen Unterschiede im Vergleich zum Abflug von der Erde:

Die Kreisbahngeschwindigkeit  $v_K$  und die Fluchtgeschwindigkeit  $v_F$  des Erdmonds betragen nur etwa 20% der der Erde (es unterscheidet sie untereinander jeweils nur der Faktor  $\sqrt{2}$ ).

Vergleicht man die Masse der Aufstiegsstufe des Lunar Modules von 4,8 t mit den 2900 t der Saturn V, kann man sich auch grundsätzlich klarmachen, dass ein relativ kleines Triebwerk mit 15,6 kN Schub genügte, um die Aufstiegsstufe in den Mondorbit zu bringen.

Falls irgendwelche Verschwörungstheoretiker anwesend sein sollten: Diesbezüglich sei auch angemerkt, dass sogar meine Zeichnung auf dem Arbeitsblatt der Aufstiegsstufe falsch ist: Der Abgasstrahl war nicht sichtbar. Letzteres beflügelt ebenfalls Verschwörungstheoretiker. Der Treibstoff Hydrazin ( $N_2H_4$ ) und Dimethylhydrazin mit dem Oxidator Distickstoff-Tetroxid ( $N_2O_4$ ) verbrennt nun mal in einer nicht sichtbaren Flamme, insbesondere, wenn keine Atmosphäre da ist. Da war also kein Kran im Filmstudio, der die Fähre wegbewegte. Auf dem Arbeitsblatt sah das aber ohne Antriebsstrahl leer aus und es war nicht klar, was die Aufstiegsstufe gerade macht, deshalb ist er da, obwohl er da nicht hingehört ☺ - es ist auch kein Astronaut zurückgelassen worden, um diese Szene zu filmen, da gab es schon früher geeignetere Methoden - und bitte komm' mir jetzt niemand mit der wehenden Fahne...

Für die Fluchtgeschwindigkeit  $v_F$  von einem Körper der Masse  $M$  mit Radius  $R$  gilt allgemein:

$$v_F = \sqrt{2 \cdot G \cdot \frac{M}{R}}$$

Da die Fluchtgeschwindigkeit also vom Verhältnis der Masse des Zentralkörpers und der „Abflughöhe“  $R$  auf der Oberfläche abhängt, ergeben sich interessante Werte für diverse Objekte (08\_euw\_ab\_fluchtgeschwindigkeiten):

Beim Planeten Mars ist der Wert erwartungsgemäß kleiner als auf der Erde, die Sonne hat mit ihrer rund 1000-fachen Jupitermasse, aber nur 10-fachem Jupiterradius eine 10-fach größere Fluchtgeschwindigkeit als Jupiter. Diese Mindestgeschwindigkeit ( $617,3 \text{ km/s} = 2,2 \text{ Mio. km/h}$ ) haben alle Teilchen an der Sonnenoberfläche, die sie mit dem Sonnenwind verlassen (Elektronen, Protonen, He-Kerne,...). Das ist harte Strahlung, die nach spätestens drei Tagen die Erde erreicht. Diese Vorlaufzeit wird auch gebraucht, um bei heftigen Sonnenausbrüchen Satelliten rechtzeitig abzuschalten, die ISS so zu drehen, dass die Astronauten besser geschützt sind, etc. (Anmerkung 1: Das Magnetfeld der Erde fängt viel ab, aber eben nicht alles. Anmerkung 2: Hier geht es nicht um Licht und somit auch nicht um hochenergetische Photonen (z.B.  $\gamma$ -Strahlung), die nur 8 Minuten für diese Strecke benötigen!

Beim Riesenstern VY Canis Majoris, der uns bereits in IMP Klasse 9 begegnet ist (vgl. Unterrichtsgang Erde und Weltall IMP 9, S. 4), beträgt die Fluchtgeschwindigkeit, trotz seiner 40 Sonnenmassen, an seiner Oberfläche nur ein Sechstel der der Sonne. Das liegt schlichtweg an seinem gewaltigen Durchmesser (sein Radius würde in unseren Sonnensystem bis zur Jupiterbahn reichen).

Ein Neutronenstern (hierzu kommen wir im nächsten Kapitel) hat nur den Durchmesser einer größeren Stadt, aber durchaus zwei Sonnenmassen. Seine Fluchtgeschwindigkeit liegt schon in der Nähe der Lichtgeschwindigkeit, womit sich die Frage aufdrängt was passiert, wenn die Fluchtgeschwindigkeit gleich oder größer als die Lichtgeschwindigkeit wird.



Wenn der Kern eines Sterns am Ende seiner Lebenszeit aufgrund seiner gewaltigen Gravitation auf einen Radius schrumpft, der kleiner ist als der sogenannte Schwarzschild-Radius  $r_s$ , kann das Licht nicht mehr über diesen „Ereignishorizont“ (das ist sozusagen die „Oberfläche“ bei diesem Radius) entweichen, es entsteht ein Schwarzes Loch:

Ersetzt man in der Formel  $v_F$  durch  $c$  (Lichtgeschwindigkeit), so macht man strenggenommen etwas falsch da nicht relativistisch gerechnet wird, aber das Ergebnis ist trotzdem freundlicherweise das Gleiche:

Fortsetzung Tafelanschrieb:

Ersetzt man die Fluchtgeschwindigkeit  $v_F$  durch die Lichtgeschwindigkeit  $c$  in obiger Formel und berechnet den zugehörigen Radius  $R$ , so erhält man den **Schwarzschild-Radius  $r_s$** . Ist der Radius eines Objektes kleiner als  $r_s$ , so kann Licht nicht mehr von dessen Oberfläche entweichen, das Objekt erscheint schwarz, es ist ein „Schwarzes Loch“:

$$r_s = 2 \cdot G \cdot \frac{M}{c^2}$$

Jetzt geht es ab mit der Phantasie der Schüler... Wie auch immer: Es macht keinen Spaß, sich in ein Schwarzes Loch zu begeben.

## II. Sternentwicklung und Exoplaneten

### 1. Die Entwicklung von Sternen

Vorbereitung (Stunde 1 und 2 von 6):

05\_euw\_ppt\_sternentwicklung.pptx (Teil 1: Sternentstehung)

Zunächst bietet es sich an die Entstehung und Entwicklung unseres Sterns, der Sonne, beziehungsweise eines sonnenähnlichen Sterns zu beschreiben. Dies kann mit den Folien 2 bis 9 der Präsentation geschehen. Sterne entstehen zumeist aus Riesen-Molekülwolken. Sie sind sehr kalt ( $\sim 10$  K) und bestehen zum Großteil aus molekularem Wasserstoff. Die Folien 2 bis 4 zeigen, dass die Milchstraße riesige Mengen solcher Wolken hat. Das Infrarotbild (Folie 4) verdeutlicht, dass die dunklen Flächen keine Gebiete sind, in denen nichts ist: Die IR-Strahlung der Sterne in diesen Wolken und der Hintergrundsterne scheinen durch die Wolken hindurch und offenbaren sich hiermit.

Der Adlernebel im Sternbild Schlange und der Orionnebel (im Schwert des Orion) oder auch der Tarantelnebel in der Großen Magellanschen Wolke sind Beispiele für große Sternentstehungsgebiete. Sie können über Milliarden Jahre stabil sein. Schockwellen durch Supernovae, Kollisionen (eher Durchdringungen) von Galaxien können z. B. Auslöser für den Kollaps eines Teils einer solchen Wolke sein.

Auf Folie 5 sieht man eines der berühmtesten Beispiele für kollabierende Wolken (im Adlernebel): Die bis zu 4 Lichtjahre hohen, pathetisch bezeichneten „Säulen der Schöpfung“: An den vielen Spitzen der Wolken entstehen neue Sterne. Vereinfacht ausgedrückt fällt ein Teil der Wolke aufgrund der Gravitation in sich zusammen und heizt dadurch auf. Auf Folie 6 sieht man einen Ausschnitt des Orionnebels, der ein ganzes Sammelsurium an Entwicklungsstadien von Sternen bereithält: Kollabierende Wolkenbereiche, einen Protostern, der noch eine Staubwolke um sich hat, aus der ein Planetensystem entstehen kann und einen Sternhaufen von jungen Sternen, die sich frisch im Hauptreihenstadium befinden.



Folie 7 zeigt den Protostern nochmals deutlicher. Der Drehimpuls wird für eine immer schneller werdende Rotation und eine Verflachung des Gebietes sorgen. Reste dieser dabei entstehenden Scheibe verklumpen und bilden zunächst Planetesimale (Vorläufer und Bausteine von Planeten) und dann Planeten.

Im Zentrum eines kollabierenden Gebietes sammelt sich die meiste Masse, die sich hierdurch erhitzt. Ab einer Temperatur von 5 Mio. K beginnt Wasserstoff zu Helium zu fusionieren. Der hierdurch verursachte Strahlungsdruck wirkt dem Gravitationsdruck entgegen, der weitere Kollaps wird verhindert und so kann sich ein stabiler Stern bilden, wie auch unsere Sonne einer ist (Folie 8).

In IMP Klasse 9 im Kapitel „II. Leben im Sonnensystem - 1. Die habitable Zone der Sonne“, konnte schon mithilfe der Simulation der habitablen Zone (<http://astro.unl.edu/naap/habitablezones/animations/stellarHabitableZone.html>) festgestellt werden, dass unsere Sonne seit 4,6 Mrd. Jahren diese stabile Phase durchläuft, die noch weitere 5,2 Mrd. Jahre anhält (was aber nicht bedeutet, dass die Erde so lange in der habitablen Zone bleibt, sie ist es dann schon längst nicht mehr). Die Sonne ist in dieser Zeit und zurzeit ein Hauptreihenstern: Ein Stern, der im Kern Wasserstoff zu Helium fusioniert und in seinem besten Lebensalter ist.

Mit Folie 9 kann ein Tafelanschrieb erfolgen:

## Die Entstehung und Entwicklung der Sterne

- „Baumaterial“: Gas und Staubwolken (Bsp.: „Säulen der Schöpfung“ (Adlernebel))
- Kontraktion und Zerfall in Fragmente
  - Temperaturzunahme, ab 5 Mio. K Kernfusion (wenige 100 000 bis Mio. a)
  - Ist Gasdruck = Gravitationsdruck: Stabiler Stern (Hauptreihenstern)
  - „Kinderstuben“ aus Fragmenten: Junge Sternhaufen: z.B. Plejaden, h & X

Folie 9 zeigt zwei berühmte Beispiele für junge Sternhaufen: Die Plejaden im Stier (auch „Siebengestirn“ genannt) und h & X (sprich: „h und Chi“) im Perseus. Die Plejaden sind am Winterhimmel einfach zu finden, sie sind eine sehr leuchtkräftige Sternansammlung und sehen ein wenig aus wie der „Große Wagen“ in klein. Mit bloßem Auge sieht man sechs helle Sterne darin, mit jedem Feldstecher deutlich mehr - daher: „Siebengestirn“... (???)

h & X ist etwas schwieriger, aber nicht schwer zu finden und besonders eindrucksvoll, wenn man sich mit einem (normalen) Fernglas von Kassiopeia in Richtung Perseus aufmacht: Auf etwa halbem Weg dorthin entfaltet sich ein optisches „Sternspektakel“.

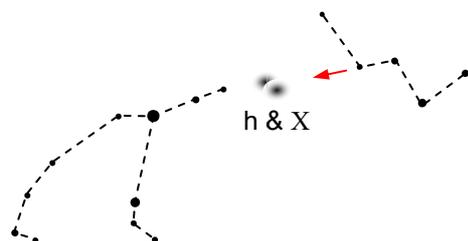


Abbildung 6: S. Hanssen

## **Zur Information:**

Nicht alle kollabierenden Fragmente erzeugen erfolgreich einen Stern:

- Bei weniger als 0,08 Sonnenmassen wird keine Wasserstofffusion erzeugt. Es entstehen Braune Zwerge. Sie strahlen potentielle Energie in Form von thermischer Energie ab: Sie schrumpfen. (Jupiter macht das auch, obwohl er kein Brauner Zwerg, sondern ein Planet ist. Er gibt aber mehr Energie ab, als er von der Sonne aufnimmt.)
- Eine Obergrenze der Sterngrößen ist noch nicht bekannt. Es wurden schon Sterne mit mehr als 100 Sonnenmassen entdeckt. Wie sie ihr hydrostatisches Gleichgewicht halten können und wie sie entstehen, ist noch völlig unklar.



## Vorbereitung (Stunde 3 und 4 von 6):

05\_euw\_ppt\_sternentwicklung.pptx (Teil 2: Endstadien)

Kopieren der Vorlage:

09\_euw\_ab\_endstadien\_von\_sternen.docx

Die weitere Entwicklung von Sternen ist ziemlich komplex und hängt von der jeweiligen Masse des Sterns ab. Hier möchte ich vereinfacht und verkürzt zunächst die grundsätzliche Entwicklung eines sonnenähnlichen Sterns ( $0,75 M_{\odot}$  bis  $8 M_{\odot}$ ) darstellen (Folie 11 bis 15).

Die Vorlage 09\_euw\_ab\_endstadien\_von\_sternen stellt die Entwicklung piktographisch dar und ist begleitend zur Vorstellung des Kapitels der Endstadien für die Schüler gedacht.

Ist der Wasserstoffvorrat im Kern verbraucht, findet dort keine Fusion von Wasserstoff zu Helium mehr statt. Der Kern schrumpft, die Kernmaterie ist hierbei entartet, d.h. Dichte und Druck hängen nicht mehr von der Temperatur ab, sie bleiben sogar trotz Temperaturzunahme annähernd konstant (Anm.: Dies ist ein quantenmechanischer Effekt, der mit der klassischen Physik nichts mehr zu tun hat und auf den ich hier nicht weiter eingehe, da er jeden Normzehlklässler überfordert. Es wird genügen müssen, den Schülern das einfach mitzuteilen). Zunächst findet in einer Schale um den ausgebrannten Kern Wasserstofffusion statt (Folie 12). Der Stern bläht sich hierbei auf. Die gesamte Energie geht nun durch eine sehr viel größere Oberfläche. Diese ist hierdurch kühler und wirkt optisch rot. Der Stern ist zum Roten Riesen geworden: Radius etwa Erd- bis Marsorbit, Oberflächentemperatur im Bereich von 3000 K, Spektralklasse K bzw. M.

Der Kern des Sterns wird von dem Fusionsprodukt des Schalenbrennens „gefüttert“, also mit Heliumkernen, wobei sich dieser gewaltig aufheizt. Das Heliumbrennen im Kern setzt explosionsartig ein, man spricht von einem Helium-Flash. Die Temperatur steigt weiter enorm an, Dichte und Druck bleiben noch konstant. Die Energie von  $10^{11}$  Sonnenleuchtkräften wird von der Sternhülle absorbiert. Dies geschieht innerhalb weniger Sekunden. Die Temperatur wird dann allerdings so hoch (120 Mio. K), dass die Entartung der Materie aufgehoben wird. Der Stern wird noch größer, ein heftiger Sternwind bläst die schwach gebundenen äußeren Schichten weg. Im Kern wird Helium zu Kohlenstoff und Sauerstoff fusioniert. Der starke Sternwind treibt auch die letzten äußeren Schichten weg. Es entstehen sogenannte Planetarische Nebel (Folie 13). Wenn die Heliumfusion im Kern erlischt, bleibt ein heißer kleiner Rest zurück: Ein weißer Zwerg (Folie 14). Dieser hat einen Radius von ein paar tausend Kilometern und eine Dichte in der Größenordnung von  $10^6 \text{ g/cm}^3$  beziehungsweise  $1 \text{ t/cm}^3$ , das ist schon recht üppig (Folie 15).

Der Entwicklungsweg massereicherer Sterne ist auf den Folien 16 bis 21 veranschaulicht:

Sterne mit mehr als acht Sonnenmassen können bei der Kontraktion die Gravitationsenergie in thermische Energie so umwandeln, dass das Schalenbrennen entfacht, ohne Entartung des Kerns. Sie fusionieren in Schalen von außen nach innen Wasserstoff zu Helium, Helium zu Kohlenstoff und Sauerstoff, C und O zu N, Mg und N zu O, Mg und O zu Si, Si zu Fe.

Anmerkung: Hier geht es nur um die Fusion von Atomkernen und nicht um Atome. Die Elementsymbole habe ich nur der Kürze wegen (auch in Folien, AB) verwendet.

Die Sterne werden hierbei zu Roten Überriesen. Überschreitet deren Kernmasse 1,2 Sonnenmassen („Chandrasekhar-Grenze“ für Eisenkerne - für Kohlenstoff-Sauerstoffkerne liegt der Wert bei 1,4 Sonnenmassen; Folie 17), so kollabiert der Eisenkern innerhalb von Bruchteilen einer Sekunde. Die freiwerdende Energie stößt die Hülle des Überriesen in einer gewaltigen Explosion, einer Supernova ab. Hierbei entstehen in endothermen Fusionsvorgängen Stoffe des Periodensystems mit größeren Ordnungszahlen als Eisen.



Beim Kollaps des Kerns ist der Gravitationsdruck so gewaltig, dass in der entarteten Materie des Kerns Elektronen mit den Protonen zu Neutronen reagieren. Zurück bleibt ein sogenannter Neutronenstern (Radius: Einige Kilometer, Dichte  $10^{14}$  g/cm<sup>3</sup>) (Folie 20).

Wenn aufgrund einer noch größeren Sternmasse ( $> 25$  Sonnenmassen, die Kernmasse beträgt dann  $> 3,2$  Sonnenmassen) sogar der Neutronendruck kollabiert, führt dies zu einem stellaren Schwarzen Loch (Folie 21 und 22).

Ein Klassiker der **stellaren Schwarzen Löcher** ist Cygnus X-1 im Sternbild Schwan (Folie 22):

1972 von dem US-amerikanischen Astronomen Tom Bolton entdeckt, ist es das erste nachgewiesene Schwarze Loch überhaupt.



Abbildung 7: NASA/CXC/M.Weiss  
Gemeinfrei

Zu einem Schwarzen Loch gehört kein Oberflächenradius, sondern der im letzten Kapitel beschriebene Schwarzschildradius bzw. Ereignishorizont-Radius ( $r_S$ ).

Dieser ist hier am Beispiel zweier **supermassereicher Schwarzer Löcher** dargestellt.

**(ACHTUNG:** Deren Entstehungsgeschichte ist noch unklar: Entweder Verschmelzung vieler stellarer Schwarzer Löcher oder Kollaps von riesigen Gaswolken)

- Das Zentrum unserer Milchstraße: Sagittarius A\* (Sgr A\*) im Sternbild Schütze:

Ereignishorizont:  $r_S \approx 1,2 \cdot 10^7$  km = 0,08 AE;

Masse:  $4,1 \cdot 10^6 M_\odot$

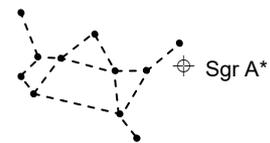


Abbildung 8: S. Hanssen

- Das erste Bild eines schwarzen Lochs: Zentrum von M 87 im Sternbild Jungfrau (man sieht den Ereignishorizont!):

Ereignishorizont:  $r_S \approx 1,5 \cdot 10^{10}$  km = 100 AE;

Masse:  $6,5 \cdot 10^9 M_\odot$



Abbildung 9: Event Horizon Telescope  
CC BY 4.0

<https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/deed.de>

## 2. Die Entdeckung extrasolarer Planeten

Vorbereitung (Stunden 5 und 6 von 6):

<http://www.mabo-physik.de/transitmethode.html>

Kopieren des Arbeitsblatts  
10\_euw\_ab\_transitmethode.docx

Unter anderem um die Sterne 55 Cancri A, 51 Pegasi, HD 40307 HD 189733, HD 93083 wurden die Exoplaneten in Klasse 9 angesprochen. Bereits in Klasse 8 wurden die aktuellen Zahlen von Planetquest (NASA) (<https://exoplanets.nasa.gov>) bezüglich der entdeckten Exoplaneten angeschaut. Zeit für eine Aktualisierung!

Die zurzeit (Stand 04/2020) effizienteste Methode, die Transitmethode (76,7 % der Entdeckungen), sollen die Schüler nun kennenlernen und erklären.

Anmerkung: Der erste Exoplanet ist 1995 allerdings mit der Radialgeschwindigkeitsmethode (optischer Dopplereffekt) von Michel Mayor vom Departement für Astronomie der Universität Genf und seinem Mitarbeiter Didier Queloz entdeckt worden (Nobelpreis 2019!).



Die grundlegende Voraussetzung für die Transitmethode ist der Fall, dass die Planetenbahn in der gleichen Ebene liegen muss wie die Verbindungslinie Erde-Stern. Beobachtet wird die Gesamtintensität  $I_0$  des Stern-Planetensystems.

**Achtung Buchstabenvielfalt** (ich kann nichts dafür):

Die Strahlungsleistung  $P$  eines Sterns wird auch Leuchtkraft  $L$  genannt.

Was hier auf der Erde ankommt ist die Intensität  $I$ :

Die Intensität  $I$  eines Sterns entspricht dem, was in unserem Sonnensystem (bezüglich der Sonne) Solarkonstante  $S$  genannt wird.

Kurz: Der Stern gibt eine Strahlungsleistung  $P$  (bzw.  $L$ ) auf eine beliebig gedachte Kugel mit Radius  $r$  ab (vgl. IMP 9, I. Das Licht der Sonne - 3. Die Strahlungsleistung der Sonne,  $S$ : 8).

Im Abstand  $r$  zu uns messen wir pro  $m^2$  die Intensität  $I$ :

$$I = \frac{P}{4\pi r^2}$$

Das Verhältnis der Intensitäten  $I_{Tr} / I_S$  gibt hierbei nichts anderes an, als das Verhältnis der abgestrahlten Leistung während des Transits  $P_{Tr}$  und ohne des Transits  $P_S$  (bzw. dem Verhältnis der jeweiligen „Solarkonstanten“):

$$\frac{I_{Tr}}{I_S} = \frac{P_{Tr}}{P_S}$$

Ein Intensitätsdiagramm kann z.B. folgendermaßen aussehen:

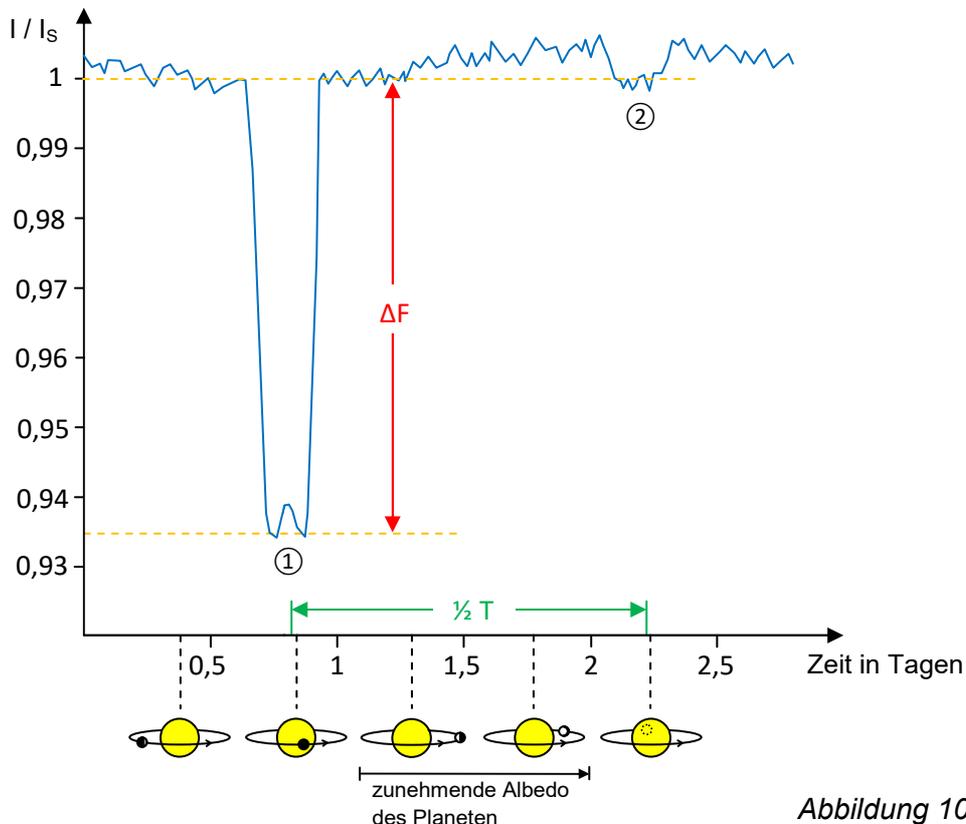


Abbildung 10: S. Hanssen

Anhand der Lichtkurve kann man einiges ablesen, beispielsweise:

Umlaufdauer, Atmosphäreigenschaften, Flecken auf dem Zentralstern, Planetenradius, Oberflächentemperatur.



Hier ein paar grundsätzliche Überlegungen anhand dieses Diagramms:

## Umlaufdauer T:

Man erkennt (neben dem Rauschen) zunächst zwei **Minima**:

Das erste Minimum (①) rührt daher, dass der Planet direkt vor dem Stern steht und ihn verdunkelt. Der Planet hat eine Albedo: Er strahlt selbst auch ab und zwar umso mehr, je mehr man von seiner Tagseite sieht (s. Abb.: Hier führt das etwa bis zu + 0,5%). Befindet er sich hinter dem Stern, trägt diese nicht mehr zur Intensität bei, das zweite Minimum (②) entsteht.

Zwischen diesen Minima ist die **halbe Umlaufdauer  $\frac{1}{2} T$**  (hier ca. **1,4 d**) ablesbar. Sieht man das zweite Minimum, aufgrund der geringen Intensität oder des Signalausens, nicht, kann man natürlich auch bis zum nächsten Transit warten.

## Atmosphäreigenschaften:

Hat der Planet eine Atmosphäre, so lassen sich aus dem bekannten Spektrum des Sterns während des Transits weitere Absorptionslinien erkennen und somit Rückschlüsse auf Stoffe in der Planetenatmosphäre gewinnen.

Dass ein Planet eine Atmosphäre hat, macht eine kleine Besonderheit im Intensitätsdiagramm deutlich, das kleine Maximum exakt in der Mitte des ersten Minimums:

Es rührt daher, dass sich das Licht des Sterns in der Atmosphäre des Planeten streut und bricht. Licht das uns normalerweise nicht erreichen würde, wird nun doch in unsere Richtung geschickt und sorgt somit für eine Intensitätserhöhung. Ein Planet ohne Atmosphäre erzeugt kein Zwischenmaximum.

## Sternflecken:

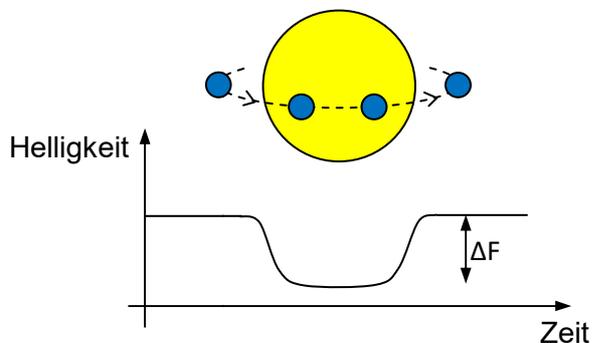
Hat der Stern Flecken und wandert der Planet in der Sichtlinie vor diesen vorüber, so wird ein abgeschwächter Bereich verdeckt und die Helligkeit des Gesamtsystems wird größer. Kleine Zwischenmaxima im Minimum der Transitphase deuten auf Sternflecken hin, sofern sie nicht exakt in der Mitte des Minimums liegen. Ist dies der Fall, muss zum Beispiel über Absorptionsspektrumsvergleiche geprüft werden, ob die Ursache ein Sternfleck oder, wie oben beschrieben, eine Atmosphäre des Planeten ist.

Möglicher Tafelanschrieb:

### Die Entdeckung extrasolarer Planeten

#### Transitmethode

Ein Planet, der vor seinem Stern vorbeiwandert, schwächt dessen Gesamthelligkeit ab.



Die Verdunklungszeiten werden von Durchmesser, Bahnneigung und Geschwindigkeit bestimmt.

Abbildung 11: S. Hanssen



Mit dem Arbeitsblatt 10\_euw\_ab\_transitmethode können sich die Schüler nun selbständig zunächst Gedanken zum Helligkeitsverlauf verschiedener Objekte machen und die Kurven den Planeteneigenschaften (bzw. im dritten Fall der Sterneigenschaften) zuordnen.

Zur Verifizierung ihrer Ergebnisse können die Schüler mit dem Simulationsprogramm <http://www.mabo-physik.de/transitmethode.html> von Matthias Borchardt diese, bzw. ähnliche Kurvenverläufe nachstellen und andere Optionen prüfen. Die Kurven auf dem Arbeitsblatt stammen aus diesem Programm.

Fortsetzung Tafelanschrieb:

- Je größer der Planet, desto größer ist die Transittiefe  $\Delta F$ .
- Je stärker die Bahnneigung, desto kürzer ist die Verdunklungszeit.
- Hat der Planet eine Atmosphäre, so bricht diese das Sternlicht und führt zu einer Erhöhung der Helligkeit in der Mitte der Verdunklungsphase.
- Hat der Stern Flecken („Sonnenflecken“), so erhöht sich die gemessene Helligkeit, während der Planet vor dem Fleck vorbeizieht.

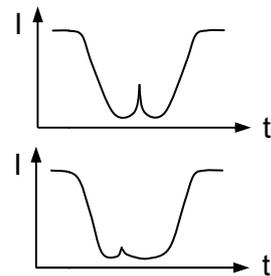


Abbildung 12: S. Hanssen

Weitere Dinge, die man aus einer solchen Kurve ablesen kann, sind äußerst interessant. Die fachlichen Dinge, die ich hier nur meine, werden wohl nur bei leistungsstärkeren Klassen Anklang finden, wenn man ins Detail geht:

Dass man aufgrund der Verdunklung auf die Größe des Planeten schließen kann, ist plausibel und kann zunächst allen Schülern vermittelt werden. Diesbezüglich sei auch auf das Arbeitsblatt verwiesen. Die hier im Folgenden genannten Details müssen nicht besprochen werden und werden auch nicht erwartet! Sie sind hier als Hintergrundinformation beschrieben und für leistungsstärkere Schüler sicher interessant!

Ein weiterführender Tafelanschrieb mit der folgenden Vertiefung könnte sich anhand des folgenden Textes und der Formeln orientieren.

## Planetenradius:

Geht man bei dem Stern wieder von einem Schwarzkörperstrahler aus, greift das Stefan-Boltzmann-Gesetz  $P = A \cdot \sigma \cdot T^4$

(vgl. IMP 9, II. Leben im Sonnensystem - 3. Mittlere Oberflächentemperaturen, S: 13).

Ist  $A_S$  die abstrahlende Fläche des Sterns und  $A_P$  die abdeckende Fläche des Planeten, so kürzt sich in der Verhältnisgleichung  $\sigma$  und  $T^4$ .

Es bleibt:

$$\frac{I_{Tr}}{I_S} = \frac{P_{Tr}}{P_S} = \frac{(A_S - A_P) \cdot \sigma \cdot T^4}{A_S \cdot \sigma \cdot T^4} = \frac{A_S - A_P}{A_S} = 1 - \frac{A_P}{A_S}$$

$A_P/A_S$  wird „Transittiefe“  $\Delta F$  genannt, sie ist im obigen Diagramm als Tiefe der Kurve ablesbar.



Hat man also die **Transittiefe  $\Delta F$**  gemessen, so hat man prinzipiell das Flächenverhältnis und somit auch das Radienverhältnis von Planet und Stern

$$\Delta F = \frac{A_P}{A_S} = \frac{\pi R_P^2}{\pi R_S^2}$$

Kennt man den Sternradius  $R_S$ , so kann man damit den Planetenradius bestimmen:

$$R_P = R_S \cdot \sqrt{\Delta F}$$

## Oberflächentemperatur:

Für die Bestimmung der Temperatur des Planeten greift ebenfalls das Stefan-Boltzmann Gesetz. Sind beide Himmelskörper sichtbar, so addieren sich ihre Intensitäten:

$$I_{ges} = I_S + I_P = \frac{\sigma(A_S \cdot T_S^4 + A_P \cdot T_P^4)}{4\pi r^2} = c_1 (A_S \cdot T_S^4 + A_P \cdot T_P^4)$$

Sowohl  $\sigma$  als auch  $4\pi r^2$  sind Konstanten, die jetzt als  $c_1$  zusammengefasst sind (das „r“ im Nenner ist hier wieder der Abstand des Systems zu uns, spielt aber gleich keine Rolle mehr). Schreibt man für  $A_S = \pi R_S^2$  und für  $A_P = \pi R_P^2$  kann man  $\pi$  ebenfalls ausklammern, zu  $c_1$  hinzufügen und  $c_1$  wird zu  $c_2$  (spielt auch gleich keine Rolle mehr):

$$I_{ges} = c_2 (R_S^2 \cdot T_S^4 + R_P^2 \cdot T_P^4)$$

Allgemein gilt für die Intensität des Sterns

$$I_S = c_2 \cdot R_S^2 \cdot T_S^4$$

Die Intensität des Sterns selbst ist **0,5%** geringer als die Gesamtintensität  $I_{ges}$  (Abbildung 8):

$$I_S = 0,995 \cdot I_{ges} = 0,995 \cdot c_2 (R_S^2 \cdot T_S^4 + R_P^2 \cdot T_P^4)$$

Damit haben wir **zwei Gleichungen**, man erhält für  $T_P^4$ :

$$T_P^4 = \left( \frac{1}{0,995} - 1 \right) \frac{R_S^2}{R_P^2} \cdot T_S^4$$

...vierte Wurzel und man hat die Oberflächentemperatur. Das „ $c_2$ “ ist wie versprochen weg ☺.

**...UND NUN EIN LETZTES MAL VON MIR FÜR IMP:**

**VIEL FREUDE BEIM UNTERRICHTEN!**