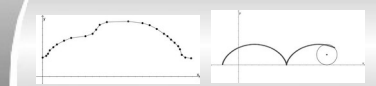


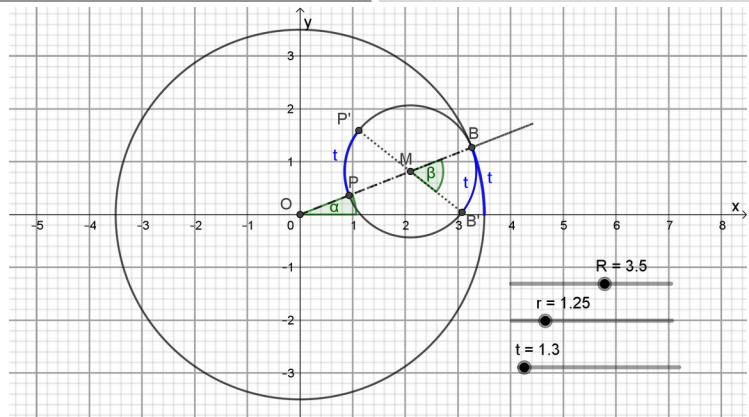
ROLLKURVEN: TROCHOIDE



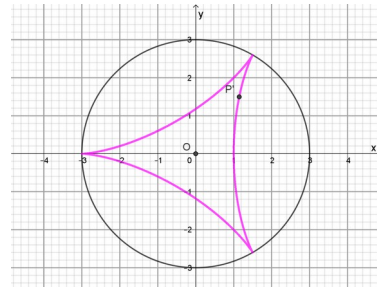
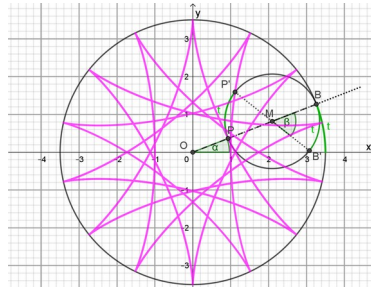
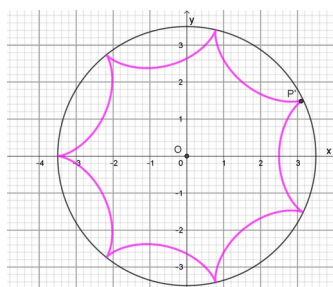
Hypotrochoide

In der Abbildung sieht man die Grafiksicht einer Geogebra-Datei einer Hypotrochoide.

Die Bezeichnungen sind gleich gewählt wie bei den vorigen Aufgaben zu Epitrochoiden. Der einzige Unterschied ist, dass der Abrollvorgang nun im Kreis stattfindet, anstatt außen



Hier entstehen neue, ebenfalls sehr ästhetische Formen der Abrollkurven, wie du an den folgenden Beispielen bereits sehen kannst:



Aufgaben:

1. a.) Leite die Parameterdarstellung für die Abrollpunkte P' und B' in Abhängigkeit von t her. Fertige eine ausführliche Dokumentation an.

Tipp: Das schrittweise Vorgehen ist ähnlich zur Erarbeitung bei den Epitrochoiden. Wenn du nicht weiterkommst, dann orientiere dich daran.

b.) Erstelle eine Geogebra-Datei oder verwende die fertige Datei [09b-Hypotrochoid.ggb](#) und betrachte damit verschiedene Abrollkurven. Die oben zu sehende Kurve mit drei Spitzen (ganz rechts) heißt übrigens Steinersche Kurve. Die „Fortsetzung“ davon wären vier Spitzen. Das sind sogenannte Astroide (griechisch: astron – Stern). Sie ähneln der Form „Karo“ auf vielen Spielkarten. Erzeuge eine Astroide und bestimme das dazu benötigte Verhältnis zwischen R und r .

2. a.)* Auch bei Trochoiden aller Art kann man den abrollenden Punkt nicht nur direkt auf dem Abrollkreis, sondern auch im oder außerhalb desselben wählen. Diese Fälle unterscheiden wir wie schon bei Zykloiden durch die Namen verkürzte Trochoide und verlängerte Trochoide.

Leite die Parameterdarstellung für die um den Faktor $a = 0,5$ verkürzte Trochoide her (um $a = 2$ verlängerte, für allgemeines $a > 0$ und $a \neq 1$).

b.)* Erstelle eine Geogebra-Datei für die Darstellung von zugehörigen Rollkurven und erzeuge möglichst vielfältige Figuren. Zeichne sie ab oder drucke sie aus. Bezeichne die Abbildungen mit dem Verhältnis R/r . Recherchiere im Internet auch nach zugehörigen Namen oder erfinde selbst Namen dafür.

3. ** Rund um das Thema Kreis-Rollkurven wurde schon lange und viel in der Mathematik geforscht. Ein sehr spannender Zusammenhang zu Zykloiden ergab das Brachistochrone-Problem, das von Johann Bernoulli im 17. Jahrhundert öffentlich gestellt und von ihm und anderen Mathematikern (z.B. auch Wilhelm Leibniz) daraufhin angegangen und gelöst wurde. Erstelle eine kurze Präsentation: Was ist eine Brachistochrone, was ist eine Tautochrone und wie hängen sie mit Zykloiden zusammen.