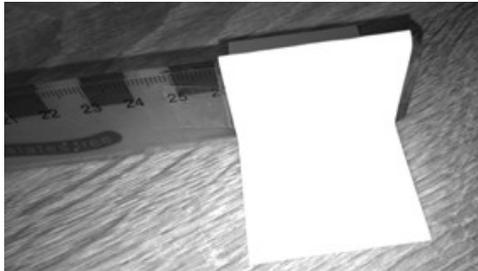


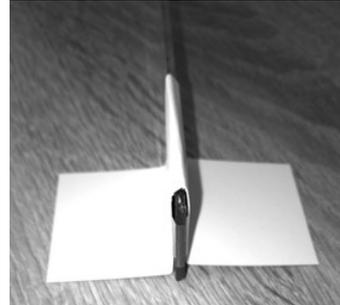
Gruppenarbeit: Das Münzkatapult

Baue ein „Münzkatapult“ aus einem länglich-rechteckigen Stück Pappe und einem langen Lineal aus Kunststoff:

von der Seite:



von vorne:



ACHTUNG:

Mit dem Katapult darf niemals auf Menschen oder sonstige Lebewesen gezielt werden.

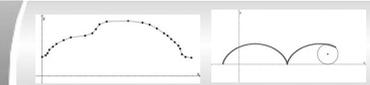
Wichtig:

Die Auflagefläche muss während allen Versuchen **ständig waagrecht zum Boden sein**, damit die Münze keinen störenden Impuls nach oben oder unten erhält.

1. Legt eine Münze auf das Lineal und haltet das Lineal quer vor den Körper, so dass die Münze auf der zu euch zeigenden Seite des Lineals liegt. Spannt nun das Ende mit der Münze zu euch hin (s.u.). Beobachtet die Bewegung der Münze, nachdem ihr das Lineal am gespannten Ende losgelassen habt. Was für eine Bewegung macht die Münze?
Tipp: Wenn möglich, dann lasst den hinteren Teil des Lineals, auf dem keine Münzen liegen, durch Auflegen auf einen Tisch waagrecht von diesem führen (der vordere Teil steht dann also an der Tischkante über.)
2. Wiederholt den Versuch, legt die Münze nun aber auf die andere Seite.
3. Formuliert eine Vermutung (mit kurzer Begründung), welche der beiden Münzen zuerst auf dem Boden ankommt, wenn man die Versuche 1 und 2 gleichzeitig durchführt.
4. Führt dies nun durch, indem ihr auf beide Seiten eine Münze legt.
5. Beobachtet und beschreibt das Resultat schriftlich mit Skizze im Heft. Vergleicht darin die Bewegungsvorgänge der beiden Münzen. Geht insbesondere auf die beiden Bewegungsrichtungen der Münzen (senkrecht / parallel zum Boden) ein.
6. Versucht die Beobachtung zu erklären¹.
7. * Führt den Versuch mit veränderten Bedingungen durch (z.B. unterschiedliche Abwurfhöhen, verschieden schwere Münzen, ...) und bestätigt / verwirft eure Erklärung aus 5.).



1 Falls ihr diese Versuche bereits in Physik besprochen habt, dürft ihr eure dabei gelernten Erkenntnisse natürlich für die Erklärung verwenden.



Modellierung eines waagrechten Wurfes in Parameterdarstellung

Die Versuche mit dem Münzkatapult zeigen, dass die Bewegungen der Münzen senkrecht und parallel zum Boden unabhängig voneinander beschrieben werden können. Mathematisch kann man dies durch die unabhängige Beschreibung in x- und in y- Richtung modellieren. Dabei gibt es eine Komponente, die die beiden Bewegungen verbindet: Die Zeit t , denn diese läuft für beide Bewegungen natürlich gleich schnell ab.

In y-Richtung kann man die Bewegung mit den Gesetzen zum freien Fall¹ modellieren. Mithilfe der Starthöhe h , aus der die Münze fallen gelassen wird, erhält man als Höhe $y(t)$ über dem Fußboden (in Meter) in Abhängigkeit von der Zeit t (in Sekunden) näherungsweise² den Zusammenhang

$$y(t) = h - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 \approx h - 5 \cdot t^2$$

Der zeitabhängige Aufenthaltsort in x-Richtung wird mithilfe der Geschwindigkeit v_x parallel zum Boden modelliert zu (Startwert bei $x=0$, x in Meter, v_x in m/s, t in s):

$$x(t) = v_x \cdot t$$

Mithilfe der beiden Vorschriften $x(t)$ und $y(t)$ werden nun Punkte W_t ($x(t) / y(t)$) definiert. Jeder dieser Punkte W_t modelliert dabei den Aufenthaltsort der geworfenen Münze zum Zeitpunkt t . Die Gesamtheit dieser Punkte wird **parametrisierte Kurve** (auch Bahnkurve) mit Parameter t genannt und gibt den Verlauf des Münzfalls in Abhängigkeit von der Zeit t an. Man nennt t auch den **Kurvenparameter** (oder die Hilfsvariable, oder die Formvariable) der parametrisierten Kurve.

Das Prinzip der Parameterdarstellung von Kurven

Die Beschreibung von Kurven im zweidimensionalen Koordinatensystem mithilfe von zwei Funktionsvorschriften $x(t)$ und $y(t)$ nennt man die **Parameterdarstellung von Kurven**. Dabei werden mithilfe eines gemeinsamen Kurvenparameters t jedem Punkt K_t der Kurve sein x- und y-Wert zugeordnet.

Die Kurve wird somit durch die Ortslinie aller Punkte K_t ($x(t) / y(t)$) beschrieben.

Aufgabe:

1. Eine Münze wird mit dem Münzkatapult auf eine horizontale Geschwindigkeit von 2 m/s gebracht. Der Abschuss erfolgt von einer Klippe ins Meer, diese wird modelliert durch die Position K_0 (0 / 300) (Angaben in Meter).

a.) Berechne die Koordinaten der Punkte K_1, K_2, \dots, K_5 . Zeichne die Punkte K_0 bis K_5 in ein gemeinsames Koordinatensystem mit $0 \leq x \leq 16$.

b.) Skizziere mithilfe der Punkte von a.) die Fallkurve und bestimme näherungsweise den Punkt, an dem die Münze laut deiner Modellierung ins Meer fällt.

c.) Bestimme mit Geogebra³ bei einer Schrittweite von 0,05 ab dem Punkt K_0 alle Punkte K_t so lange, bis du den Wert für t näherungsweise angeben kannst, für den die Münze im Modell ins Meer fällt. Gib an, wie weit entfernt von der Klippe (in x-Richtung) das ist.

1 Die Gesetze zum freien Fall (freier Fall: das ist eine nach unten gleichmäßig beschleunigte Bewegung, also ohne Reibungseinflüsse) kennst du vielleicht schon aus Physik oder IMP-Physik. Ansonsten werden sie noch im Verlaufe dieses Schuljahres dort behandelt.

2 Man geht hierbei näherungsweise von einem Ortsfaktor $g = 10 \text{ m/s}^2$ aus und lässt die Einheiten in der Gleichung – wie in Mathematik üblich – weg. Sie werden dann im Antwortsatz angegeben.

3 Zwei Möglichkeiten, wie das mit Geogebra machbar ist, findest du auf dem AB „Anleitung für Geogebra: Parametrisierte Kurven“