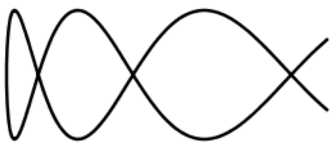
1. ***Kurven auf Knopfdruck***
Um Parameterdarstellungen von Kurven zum schnellen Zeichnen zu nutzen, verwendet man in GeoGebra folgenden Befehl zur Eingabe:

kurve(x(t),y(t),t,Startwert, Endwert)

x-Koordinate
y-Koordinate
Kurvenparameter
Intervallgrenzen



Damit lässt sich die Kurve eines Punktes P zeichnen, dessen x-und y-Koordinate durch die Funktionsterme x(t) und y(t) definiert werden.

a) *Probiere es selbst aus: elli1=kurve(3cos(t),2sin(t),t,0,2*Pi).*[1]

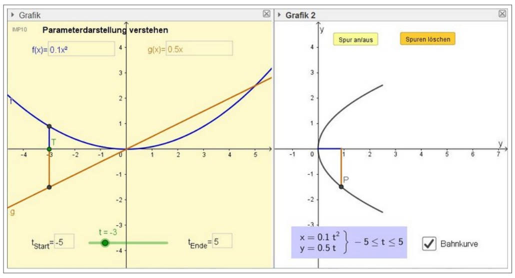
b) *Teste den Befehl elli2=kurve(a*cos(t),b*sin(t),t,0,2*Pi) und bestätige die Einrichtung der beiden Schieberegler a und b. Beschreibe mit deinem Worten, was der Befehl bewirkt.*

c) *Teste auch den Befehl kurve(0.05*t^2,sin(t),t,-10,10).*
Um zu verstehen, wie solche Kurven genau entstehen, kannst du nun bei Aufgabe 2 das Prinzip der Parameterdarstellung Schritt für Schritt analysieren.

2. ***Slowmotion*** *(Partnerarbeit)*

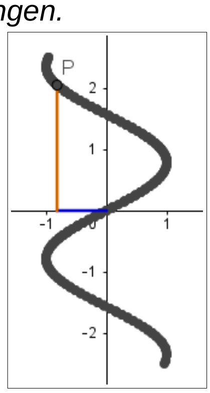
*Um das Konzept der Parameterdarstellung zu begreifen, ist es hilfreich, die Entstehung der zugehörigen Kurve zu beobachten. Man kann dabei den gemeinsamen Parameter t als Zeit (**t**ime) interpretieren und untersuchen, wie sich die Position von P in Abhängigkeit der Zeit t ändert, um die Wanderung von P auf seiner Bahnkurve zu verstehen.*

Öffnet die Datei `M10geo09_Nr2_slowmotion.ggb`. Am Beispiel der Kurve mit der Parameterdarstellung $x(t)=0.1\ t^{2\wedge}$ $y(t)=0,5\ t$ für $-5 \leq t \leq 5$ seht ihr links die Graphen der beiden Funktionen f und g, deren Funktionswerte an der Stelle t die x- bzw. y-Koordinate des Kurvenpunktes P im rechten Fenster festlegen (jeweils in gleicher Farbe markiert).



a) *Zieht den Schieberegler t langsam von links nach rechts und achtet auf den Weg von P. Schaltet die Spur ein und lasst P erneut wandern. Notiert eure Beobachtungen.*

b) *Die Schreibweise $x=0.1\cdot t^2$ im rechten Fenster ist eine Abkürzung für $x(t)=0.1\cdot t^2$, im Gegensatz zur Schreibweise $f(x)=0.1\cdot x^2$ auf der linken Seite. Erklärt Gemeinsamkeiten und Unterschiede und einigt euch im Unterricht auf eine bevorzugte Schreibweise.*



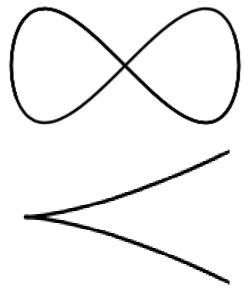
c) *Gebt links g(x)=sin(x) ein und verändert f(x) nicht. Vergleicht die Kurve mit der Kurve von Aufgabe 1c). Was müsst ihr noch ändern, damit sie wie im Bild oben (bei Aufgabe 1) nach rechts fortgesetzt wird?*

d)* *Könnt ihr auch die rechts zu sehende Bahnkurve erzeugen? Gebt ihre Parameterdarstellung an:*

e)* *Zusatz: Ermittelt in Teilaufgabe a) die Gleichung der nach rechts geöffneten Parabel und die Koordinaten ihres Brennpunktes.*

1 Achte hier und bei den weiteren Aufgaben auch auf die gleiche Skalierung der Achsen. Dazu kannst du nach einem Rechtsklick auf den Hintergrund die Option "Grafik" (Eigenschaften) auswählen und im Register Grundeinstellungen unter Dimensionen das Achsenverhältnis x:y auf 1:1 fixieren.

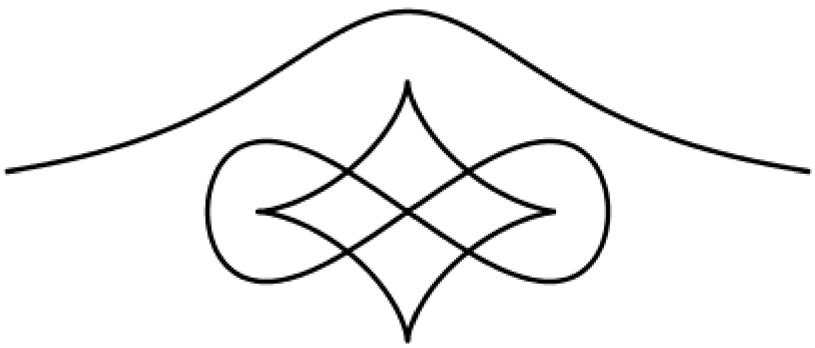
3. ***Kurven entdecken*** *(Partnerarbeit)*
Nun seid ihr bestens gerüstet, um eigene Entdeckungstouren zu starten und in die Welt der Kurven einzutauchen. Variiert den Kurvenbefehl, indem ihr verschiedene Funktionsterme verwendet und das Intervall abändert, das t durchläuft.
Mit der Variation kurve(2sin(t),sin(t),t,-4,4) erhält man beispielsweise das abgebildete "Unendlichzeichen", mit dem Befehl kurve(3t², t³,t,-1,1) das Querschnittsprofils eines Trichters.



Probiert eure Ideen und die der anderen Teams aus.

4. ***Kurven mit zusätzlichen Variablen***
Neben dem Kurvenparameter t können in der Parameterdarstellung einer Kurve weitere Formvariablen a,b,c… auftreten, mit denen man die Form der Kurve nach dem Zeichnen anpassen kann. Sie haben jeweils einen konkreten, festen Wert, im Gegensatz zum Kurvenparameter t, der das angegebene Intervall durchläuft. GeoGebra bietet auch für solche Formvariablen das automatische Einrichten von Schiebereglern an, mit denen sich danach die Form der Kurve einfach variieren lässt.
Probiert dies an den folgenden Kurvenklassikern aus und versucht die untere Zeichnung zu erstellen. Rechts ist der GeoGebra-Befehl mit dem vorangestellten Namen der jeweiligen Kurve aufgeführt:

$x=-a\cdot\cos(t)^3 \wedge y=b\cdot\sin(t)^3$ *für* $-3\leqslant t\leqslant 3$	*astroide=kurve(-a*cos(t)^3,b*sin(t)^3,t,-3,3)*
$x=c\cdot\sin(t)\wedge y=d\cdot\sin(2t)$ *für* $-3\leqslant t\leqslant 3$	*lemniskate=kurve(c*sin(t),d*sin(2*t),t,-π,π)*
$x=2g\ t\wedge y=\frac{2g}{t^2+1}$ *für* $-5\leqslant t\leqslant 5$	*versiera=kurve(2gt,2g/(t^2+1),t,-5,5)*



Hinweis: Nicht alle Buchstaben werden von GeoGebra als Parameter oder Formvariablen akzeptiert, neben den Funktionsvariablen x und y sowie z (für die dritte Dimension in der 3D-Ansicht) betrifft dies die Buchstaben i und e, die bereits für die "imaginäre Einheit" mit $i^2=-1$ und die eulersche Zahl $e\approx 2{,}718281828...$ reserviert sind.

Beispiel: In der "Bernoullischen Lemniskate" $x=\sqrt{(2)}*e*\sin(t)\wedge y=\frac{e}{2}\cdot\sin(2t)$ *für* $-\pi\leqslant t\leqslant\pi$

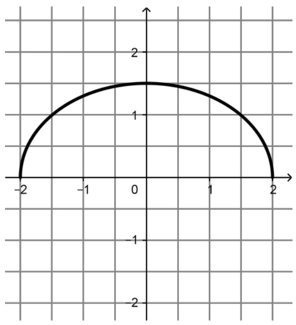
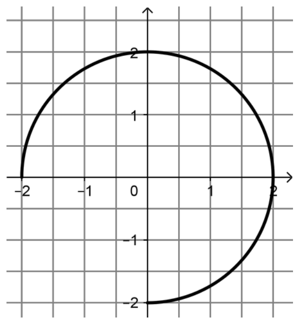
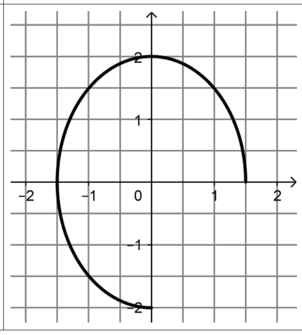
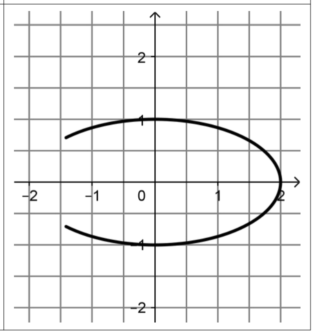
ist e keine Formvariable, sondern die festgelegte Eulersche Zahl $e\approx 2{,}718$.

5. ***Ellipsenstücke***
Du siehst vier Bilder von Kurven und fünf Parameterdarstellungen, von denen vier zu den Bildern gehören. Der Parameter t durchläuft das jeweils angegebene Intervall. Zu jedem t-Wert kann man die Koordinaten des zugehörigen Kurvenpunktes bestimmen.

a) Ordne jedem Bild die passende Parameterdarstellung zu.

b) Zeichne in jedem Bild den zum kleinsten t-Wert gehörenden Startpunkt P_{Start} und den zum größten t-Wert gehörenden Endpunkt P_{Ende} der Kurve ein.

c) Zeichne die Kurve zur verbliebenen Parameterdarstellung mit Start- und Endpunkt ein.

1	2	3	4
			

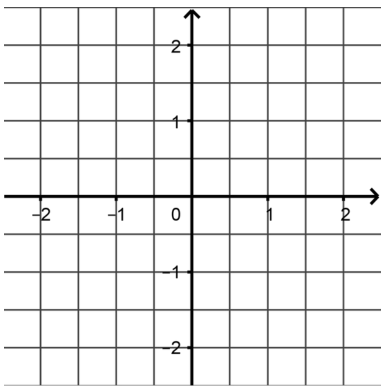
a: $x(t)=2\cdot\cos(t) \wedge y(t)=2\cdot\sin(t)$ *für* $-\frac{\pi}{2}\leqslant t\leqslant\pi$

b: $x(t)=2\cdot\cos(t) \wedge y(t)=1{,}5\cdot\sin(t)$ *für* $0\leqslant t\leqslant\pi$

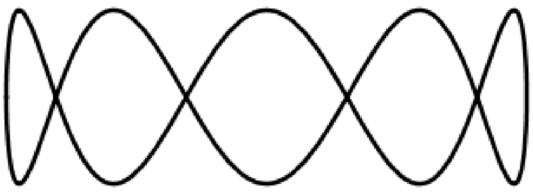
c: $x(t)=1{,}5\cdot\sin(t) \wedge y(t)=2\cdot\cos(t)$ *für* $-\pi\leqslant t\leqslant\pi$

d: $x(t)=2\cdot\cos(t) \wedge y(t)=2\cdot\sin(t)$ *für* $\frac{\pi}{4}\leqslant t\leqslant\frac{7\pi}{4}$

e: $x(t)=2\cdot\cos(t) \wedge y(t)=\sin(t)$ *für* $-\frac{3\pi}{4}\leqslant t\leqslant\frac{3\pi}{4}$



6. ***Kurven ohne Ende ...***
Mit dem Befehl $kurve(a\cdot\cos(t-c),\sin(b\cdot t),t,0,2\pi)$ *kannst du die abgebildete Kurve zeichnen lassen, wenn du für die Formvariablen die Werte a=3, b=5 und* $c=\frac{\pi}{2}$ *wählst.*



Variiere die Formvariablen mithilfe der Schieberegler. Wenn du mehr zu solchen Kurven erfahren möchtest, kannst du im Internet zum Stichwort "Lissajous-Figuren" recherchieren.